

## **LA FUNZIONE LOGISTICA DI VERHULST-PEARL-REED IN UNA ANALISI SPERIMENTALE DELLA PROGRESSIONE TECNICA DEL GETTO DEL PESO A LIVELLO NAZIONALE, EUROPEO, OLIMPICO E MONDIALE DAL 1900 AD OGGI**

**Una disciplina di atletica leggera tra storia e statistica**

**Otello Donzelli**, *Funzionario di Pubblica Amministrazione, si interessa di studi ed elaborazioni grafiche di Statistica applicata allo Sport*

### **Indice**

1. Introduzione
2. Interpretazione sportiva della teoria logistica secondo lo schema descrittivo di Marcello Boldrini
3. La stima degli asintoti della funzione logistica
4. La funzione logistica nell'analisi sperimentale a livello italiano
5. La funzione logistica nell'analisi sperimentale a livello europeo
6. La funzione logistica nell'analisi sperimentale a livello olimpico
7. La funzione logistica nell'analisi sperimentale a livello mondiale
8. Considerazioni tecniche di carattere generale
9. Conclusione
10. Bibliografia.

### **1. Introduzione**

Le origini della Statistica, nell'accezione moderna del termine, risalgono alla seconda metà del secolo XVII, quando gli inglesi John Graunt (1620-1674) e William Petty (1623-1687), due dei massimi esponenti della corrente di pensiero economico denominata "Aritmetica Politica", promossero, nel 1662, la ricerca sistematica, su base quantitativa, delle leggi empiriche relative alle dinamiche di ben determinati fenomeni sociali dell'epoca, prevalentemente di natura demografica. Nata circa due secoli dopo, come strumento di analisi squisitamente demografica, la funzione logistica viene però anche usata, molto convenientemente, nello studio di varie discipline scientifiche, *anche remote dal campo demografico, purché la ricerca sia definibile entro le stesse linee schematiche dell'aumento di popolazione*, giusto il rilievo dell'insigne demografo italiano Marcello Boldrini. L'applicazione della funzione logistica può spaziare, infatti, dalla demografia

all'economia, dalla botanica alla zoologia, dall'antropometria alla batteriologia e, quasi sempre, sulla traccia di un medesimo generico meccanismo logico, in tutte quelle discipline i cui vari fenomeni siano dominati da forze contrastanti in funzione dicotomica, di sviluppo e di opposizione alla crescita, dell'intensità variabile dello specifico fenomeno osservato. E' proprio il caso di evidenziare che, per quanto riguarda il fenomeno sportivo, la dicotomia dominante è chiaramente ravvisabile nel contrasto fra la crescita del record (o, comunque, del generico valore sportivo massimo) e la resistenza sempre maggiore opposta dai limiti umani al suo incremento. La teoria della funzione logistica, dovuta alla intuizione del matematico belga Pierre Françoise Verhulst (1804-1849), è la trasposizione, in chiave di analisi matematica, dello sviluppo della popolazione umana secondo lo schema malthusiano, successivamente perfezionato dal matematico francese Lambert Adolphe Quételet (1796 - 1874), secondo il quale *la resistenza o somma degli ostacoli opposta all'aumento illimitato della popolazione aumenta in proporzione del quadrato della velocità con cui la popolazione tende a crescere*. Peraltro, per un complesso di circostanze mai del tutto chiarite, le due memorie in proposito redatte dal Verhulst nel 1835 e nel 1847, sugli sviluppi delle applicazioni del Quételet, rimasero per lungo tempo ignorate, per cui l'equazione differenziale, cardine della teoria logistica, fu in seguito riformulata indipendentemente da diversi studiosi, sebbene senza verifiche sperimentali.

Nel 1920, il biologo Raymond Pearl ed il matematico L.J. Reed, entrambi americani, sulla base di uno studio sperimentale sullo sviluppo della popolazione degli Stati Uniti d'America dal 1790 al 1920, giunsero alla formulazione, in via autonoma, della legge di Verhulst, mediante una equazione molto simile a quella del matematico belga, suscitando generale interesse nella ricerca di studi condotti in precedenza in quella direzione. Ciò portò, di conseguenza, alla riscoperta delle memorie in questione e non è senza significato che i nomi dei due studiosi

americani siano oggi affiancati a quello del geniale matematico belga. Nella Tav. n. 1 sono indicate le principali analogie rilevabili tra l'analisi logistica sportiva proposta e quella originaria demografica del Verhulst.

Per quanto attiene al nostro caso, abbiamo ritenuto opportuno provvedere ad una siffatta premessa poiché è nostra opinione che una migliore conoscenza della specifica analisi statistica qui trattata non possa prescindere da un minimo di cognizione storica degli avvenimenti che ne hanno determinato la teorizzazione. Non ci sembra siano stati condotti, in precedenza, molti studi relativi ad analisi sperimentali di tipo logistico su argomentazioni di natura sportiva, almeno nel senso da noi proposto; comunque, tra i primi studiosi italiani ricordiamo, doverosamente, il Martinotti che, tra il 1930 ed il 1934, si è impegnato in alcune analisi di tipo logistico sulla velocità delle macchine e dei campioni sportivi.

Siamo, perciò, particolarmente lieti di offrire al lettore interessato l'opportunità di valutare, per conoscenza diretta, il grado di adattamento, ad una delle più note specialità agonistiche di atletica leggera, di uno dei più singolari strumenti dell'analisi statistica delle serie storiche. La specialità in questione è quella del getto del peso, verso la quale ci siamo orientati, tra l'altro molto volentieri, anche per rendere omaggio al pesista azzurro Alessandro Andrei, attuale detentore del record mondiale e vincitore con metri 21.26 dell'ultima edizione dei Giochi Olimpici (Los Angeles, U.S.A., 1984), il quale, unitamente al suo valente allenatore, il prof. Roberto Piga, ha già da tempo regalato, e continua a regalare, prestigio di valore mondiale all'atletica leggera italiana. Per non far torto ad altri celebrati campioni, italiani e stranieri, cogliamo l'occasione per puntualizzare, inoltre, che altre discipline di atletica leggera sono state da noi già poste in fase di studio preliminare per essere convenientemente affrontate in altre interessanti tematiche statistiche. Ritornando in argomento, abbiamo ritenuto indispensabile, per organicità e completezza di studio, esten-

# S c h e m a   d e l l e   a n a l o g i e

titolo/aut.	analisi demografica	analisi sportiva
<p><b>Enunciato del matematico francese Adolphe Quételet (1796-1874).</b></p>	<p>La resistenza o somma degli ostacoli opposta all'aumento illimitato della popolazione aumenta in proporzione del quadrato della velocità con cui la popolazione tende a crescere.</p>	<p>La resistenza o somma degli ostacoli opposta all'aumento illimitato della misura della prestazione atletica aumenta in proporzione del quadrato della velocità con cui la misura della prestazione atletica tende a crescere.</p>
<p><b>Formula della funzione logistica originaria di Pierre François Verhulst (1804-1849).</b></p>	<p><math>P(t) = \frac{h:k}{1+Ce^{-kt}}</math></p> <p>dove :</p> <p><math>P(t)</math> = popolazione in funzione del tempo.  <math>h</math> = parametro caratterizzante la crescita della popolazione nell'unità di tempo.  <math>k</math> = parametro ritardatore della crescita della popolazione nell'unità di tempo.  <math>C</math> = costante desunta dalla funzione lineare decrescente del tempo;  <math>Z = \log_e \frac{K-P(t)}{P(t)} = \log_e C - ht</math>                      dove :  <math>K</math> = misura del campo di variazione compreso tra il valore dell'asintoto inferiore e quello dell'asintoto superiore relativi ai livelli della popolazione.  <math>t</math> = misura del tempo.</p>	<p><math>M(t) = \frac{h:k}{1+Ce^{-kt}}</math></p> <p>dove :</p> <p><math>M(t)</math> = misura della prestazione atletica in funzione del tempo.  <math>h</math> = parametro caratterizzante la crescita della misura della prestazione atletica nell'unità di tempo.  <math>k</math> = parametro ritardatore della crescita della misura della prestazione atletica nell'unità di tempo.  <math>C</math> = costante desunta dalla funzione lineare decrescente del tempo;  <math>Z = \log_e \frac{K-M(t)}{M(t)} = \log_e C - ht</math>                      dove :  <math>K</math> = misura del campo di variazione compreso tra il valore dell'asintoto inferiore e quello dell'asintoto superiore relativi ai livelli della prestazioni atletiche.  <math>t</math> = misura del tempo.</p>
<p><b>Formula della funzione Logistica di Verhulst trasformata.</b></p>	<p><math>P(t) = P + \frac{K}{1+Ce^{-kt}}</math></p> <p>dove :</p> <p><math>P</math> = valore dell'asintoto inferiore relativo al fondo originario della popolazione.</p>	<p><math>M(t) = M + \frac{K}{1+Ce^{-kt}}</math></p> <p>dove :</p> <p><math>M</math> = valore dell'asintoto inferiore relativo al fondo originario della misura della prestazione atletica.</p>
<p><b>Dinamica della funzione Logistica.</b></p>	<p>1<sup>a</sup> Fase : andamento della curva con incrementi sempre crescenti della popolazione nell'unità di tempo.</p> <p>2<sup>a</sup> Fase : andamento della curva con incrementi sempre decrescenti della popolazione nell'unità di tempo.</p> <p>Il passaggio dalla 1<sup>a</sup> alla 2<sup>a</sup> fase si verifica con l'attraversamento del punto di flesso della curva di sviluppo della popolazione.</p>	<p>1<sup>a</sup> Fase : andamento della curva con incrementi sempre crescenti della misura della prestazione atletica nell'unità di tempo.</p> <p>2<sup>a</sup> Fase : andamento della curva con incrementi sempre decrescenti della misura della prestazione atletica nell'unità di tempo.</p> <p>Il passaggio dalla 1<sup>a</sup> alla 2<sup>a</sup> fase si verifica con l'attraversamento del punto di flesso della curva di sviluppo della misura della prestazione atletica.</p>
<p><b>Interpretazione del ruolo degli ostacoli all'accrescimento del fenomeno.</b></p>	<p>Funzione di limite demografico della popolazione in combinazione con la funzione ritardatrice prima che il limite della popolazione sia raggiunto.</p>	<p>Funzione di limite sportivo della misura della prestazione atletica in combinazione con la funzione ritardatrice prima che il limite della prestazione atletica sia raggiunto.</p>
<p><b>Fattori che influenzano la dinamica di crescita del fenomeno secondo la legge logistica enunciata da Verhulst.</b></p>	<p>Fattori costanti :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) potere riproduttivo della specie umana in funzione del clima, dei costumi, delle leggi civili e religiose.</li> <li>2) condizioni socio-economiche generali della popolazione.</li> </ol> <p>Fattori variabili non accidentali :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) ostacoli crescenti determinati dall'insufficienza delle sussistenze ostacoli che si aggravano in connessione diretta all'aumento della popolazione.</li> </ol> <p>Fattori perturbatori accidentali :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) epidemie</li> <li>2) guerre</li> <li>3) rivoluzioni</li> <li>4) carestie</li> <li>5) gravi depressioni economiche.</li> </ol>	<p>Fattori costanti :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) potenzialità muscolare dell'atleta in funzione della propria predisposizione all'equilibrio psico-fisico durante lo sforzo agonistico.</li> <li>2) livello qualitativo della popolazione sportiva.</li> <li>3) grado di efficienza delle strutture organizzative nell'ambito sportivo.</li> </ol> <p>Fattori variabili non accidentali :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) ostacoli crescenti, determinati dall'avvicinarsi al limite umano della potenzialità atletica, ostacoli che si aggravano in connessione diretta all'aumento della misura della prestazione atletica.</li> </ol> <p>Fattori perturbatori accidentali :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) coincidenti praticamente con quelli della originaria analisi demografica, ma verosimilmente con minore intensità circa gli effetti negativi specifici.</li> </ol>

O. DONZELLI

dere la sperimentazione ai noti quattro livelli sportivi primari (nazionale, europeo, olimpico e mondiale), per essere in grado di effettuare le relative comparazioni e ricavarne le dovute considerazioni. Per questo motivo, però, si è presentata la difficoltà dovuta alla necessità di applicare un medesimo omogeneo criterio di analisi nel contesto generale dell'indagine. Precisamente, due erano le alternative:

1) procedere alla stima indipendente dei due asintoti della funzione logistica, per ognuno dei quattro livelli sportivi, con il vantaggio di una presumibile ottimale focalizzazione del fenomeno osservato per ogni singolo livello, ma con lo svantaggio del maggior numero di stime da effettuare e relativi maggiori rischi di errore (n. 2 stime x n. 4 livelli sportivi);

2) procedere alla stima unica, per tutti e quattro i livelli sportivi, dei due asintoti della funzione logistica, con il vantaggio del minor numero di stime da effettuare, ma con lo svantaggio di una minore, se non addirittura precaria, focalizzazione del fenomeno osservato per ogni singolo livello sportivo.

Abbiamo optato per la prima alternativa, da noi ritenuta più conveniente per l'interpretazione globale dell'indagine, anche se ciò comportava, ovviamente, il gravame di una maggiore responsabilità operativa.

**2. Interpretazione sportiva della teoria logistica secondo lo schema descrittivo di Marcello Boldrini**

Esponiamo, ora, le linee essenziali della teoria logistica che sarà applicata al nostro caso concreto. Tra i vari schemi descrittivi disponibili, abbiamo scelto, mutatis mutantibus, quello dello statistico e demografo Marcello Boldrini che, nel suo volume citato in bibliografia, si distingue, nei confronti di diversi altri, per essenzialità e chiarezza di esposizione.

Consideriamo la misura della prestazione atletica  $M(t)$  una funzione continua del tempo secondo il parametro  $h$  in modo tale che  $h M(t)$  rappresenti il suo aumento

nella frazione di tempo  $dt$ . La misura  $M(t)$ , però, è frenata, come accennato in precedenza, in ragione del suo quadrato, relativamente all'azione di un secondo parametro  $k$ . Pertanto, l'effetto ritardatore nella frazione di tempo  $dt$  è misurato da  $k M^2(t) dt$ . Ricaviamo il differenziale:

$$d M(t) = h M(t) dt - k M^2(t)dt$$

cioè:

$$d M(t) = dt [h M(t) - k M^2(t)]$$

ovvero:

$$\frac{d M(t)}{dt} = h M(t) - k M^2(t)$$

sarà quindi:

$$\frac{d M(t)}{dt} = M(t) [h - k M(t)]$$

che è l'equazione differenziale del Verhulst per  $M(t)$  = misura della prestazione atletica, in luogo della originaria  $P(t)$  = numero di individui della popolazione umana. A questo punto, le ipotesi possibili, con il trascorrere del tempo, sono tre:

- 1) la misura della prestazione atletica aumenta;
- 2) la misura della prestazione atletica rimane stazionaria;
- 3) la misura della prestazione atletica decresce.

Scartiamo la seconda e la terza ipotesi in quanto palesemente fuori dalla logica del fenomeno osservato. Per l'ipotesi di aumento, allora, occorre che nella misura data sia  $h > k M(t)$ , ovvero:  $\frac{h}{k} > M(t)$ .

Mediante processo di integrazione, che in questa sede si omette per brevità, ma di cui si può prendere visione, relativamente alla corrispondente analisi demografica, nella indicata bibliografia, si giunge alla formulazione della funzione logistica di Verhulst:

$$M(t) = \frac{h : k}{1 + C e^{-ht}} \quad (1).$$

Ponendo  $\frac{h}{k} = K$ , la stessa funzione può essere scritta:

$$M(t) = \frac{K}{1 + C e^{-ht}} \quad (2)$$

dove:  $M(t)$  = misura della prestazione atletica in funzione del tempo  $t$

$e$  = base dei logaritmi neperiani = 2.71828..... mentre  $K, C, h$  sono valori costanti da individuare, caso per caso, per ogni singolo livello sportivo.

Per quanto riguarda la struttura della formula si rileva che il solo termine variabile è quello che contiene la  $t$ , cioè  $e^{-ht}$ .

Come osserva il Boldrini, sullo schema dell'analisi del Verhulst, la funzione ha le seguenti proprietà:

1) Quando il valore della  $t$  varia da  $-\infty$  a  $+\infty$ , quel termine varia da  $+\infty$  a 0, mantenendosi sempre positivo. Perciò, anche  $M(t)$  è sempre positivo, crescendo da 0 (quando  $t = -\infty$ ) a  $h : k$  (quando  $t = +\infty$ ).

2) La curva è perfettamente simmetrica nel primo ramo convesso e nel secondo ramo concavo verso il basso (cioè verso l'ascissa dei valori temporali del diagramma cartesiano di assi coordinati). Il punto di flesso, corrispondente a

$t = \frac{1}{h} \log_e C$ , ha per ordinata la

quantità  $\frac{K}{2}$  (ovvero  $\frac{1}{2}$  del rapporto  $h : k$ ), cioè la metà del massimo a cui

tende la misura della prestazione atletica.

3) La *derivata prima* della (1):

$$M'(t) = \frac{dM(t)}{dt} = \frac{C h^2}{k e^{ht} + 2 k C + k C^2 e^{-ht}}$$

consente di vedere che al denominatore si possono verificare tre diverse situazioni. Precisamente:

a) per  $t = -\infty$  si annulla il termine con esponente positivo e diventa infinitamente grande l'altro con esponente negativo, per cui il valore di tutta la espressione tende a zero;

b) per  $t = +\infty$  succede l'esatto opposto e la funzione  $M'(t)$  tende ancora a zero;

c) per  $t$  finito,  $M'(t)$  rimane sempre positivo.

4) La *derivata seconda* della stessa funzione (1) è la seguente:

$$M''(t) = C \frac{h^3}{k} e^{-ht} \frac{C e^{-ht} - 1}{(1 + C e^{-ht})^3} \quad (4).$$

Essa si annulla per il solo valore:

$$t = \frac{1}{4} \log C$$

che è, quindi, il valore corrispondente al flesso della (1) e al massimo della (4). Quest'ultima ha dunque forma campanulare, giusta la rappresentazione grafica della Tav. n. 2.

5) La *derivata* della (1) rispetto alla misura della prestazione atletica, ossia la sua derivata logaritmica, è la seguente:

$$\frac{dM(t)}{M(t) dt} = h - k M(t) \quad (5)$$

cioè ha un andamento lineare decrescente. Questa specifica proprietà ci permetterà di risalire alla definizione delle costanti  $K, C, h$  della funzione logistica. Rileviamo, infatti, riprendendo in esame la (2):

$$M(t) = \frac{K}{1 + C e^{-ht}} \quad \text{e, pertanto si avrà}$$

$$\frac{M(t)}{K} = \frac{1}{1 + C e^{-ht}} \quad \text{dalla quale ricaveremo}$$

$$\frac{K}{M(t)} = 1 + C e^{-ht} \quad \text{e, successivamente,}$$

$$\frac{K}{M(t)} - 1 = C e^{-ht},$$

$$\frac{K}{M(t)} - \frac{M(t)}{M(t)} = C e^{-ht},$$

$$\frac{K - M(t)}{M(t)} = C e^{-ht}.$$

Passando ai logaritmi neperiani si avrà:

$$\log_e \frac{K - M(t)}{M(t)} = \log_e C - ht;$$

ciò equivale a dire che il logaritmo dello sviluppo relativo che la misura della prestazione atletica ha dinanzi a sé nel momento  $t$  decresce in progressione aritmetica al crescere aritmetico del tempo. Pertanto diremo:

$Z$  = funzione lineare decrescente del tempo =

$$= \log_e \frac{K - M(t)}{M(t)} = \log_e C - ht \quad (6).$$

E' opportuno notare, intanto, che le misure delle prestazioni atletiche non cominciano a svilupparsi da zero fino all'asintoto superiore, per cui è plausibile stimare una base originaria  $M$ , fosse pure, questa, una misura iniziale di accommodamento dal punto di vista della cronoproggressione atletica. Conseguentemente, la (2) viene modificata in:

$$M(t) = M + \frac{K}{1 + C e^{-ht}} \quad (7)$$

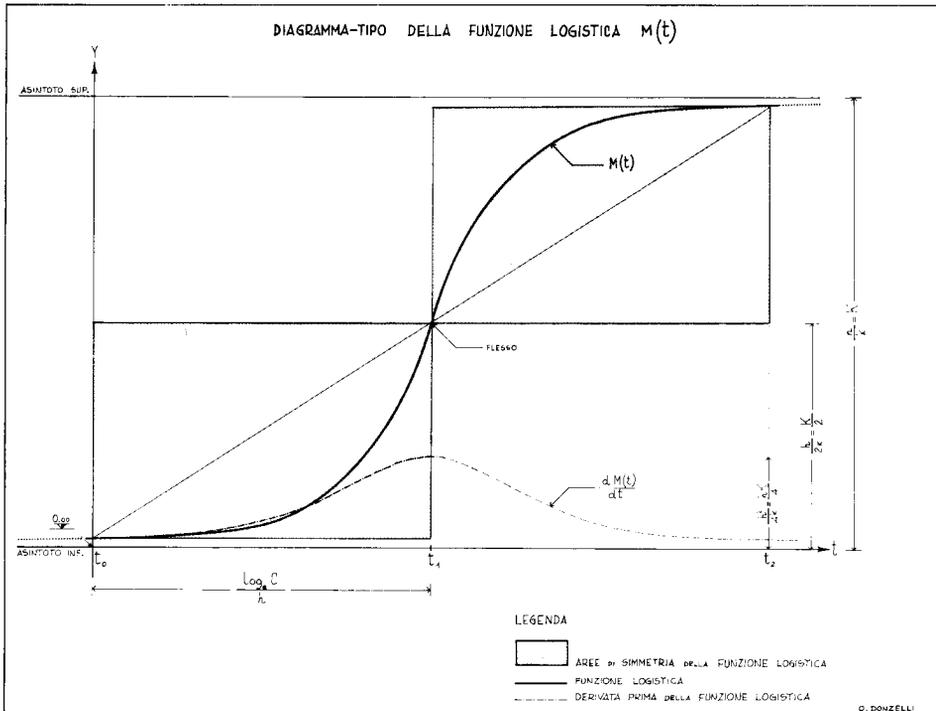
dove, appunto,  $M$  rappresenta la misura della base originaria delle prestazioni atletiche. Per quanto appena detto, sarà chiaro che  $M$  e  $M + K$  rappresentano i due asintoti all'interno dei quali si svilupperà la funzione logistica.

Riprendiamo, ora, seguendo il suggerimento del Pearl circa il metodo di interpolazione per calcolare i parametri di una *logistica* normale, la formula (7) e trasformiamola come si è fatto per la *logistica* normale (1), giungendo alla (6):

$$M(t) = M + \frac{K}{1 + C e^{-ht}}$$

Avremo quindi, in successione:

$$M(t) - M = \frac{K}{1 + C e^{-ht}};$$



$$\frac{M(t) - M}{K} = \frac{1}{1 + C e^{-ht}}$$

$$\frac{K}{M(t) - M} = 1 + C e^{-ht};$$

$$\frac{K}{M(t) - M} - 1 = C e^{-ht};$$

$$\frac{K - [M(t) - M]}{M(t) - M} = C e^{-ht};$$

$$\frac{K - M(t) + M}{M(t) - M} = C e^{-ht}.$$

Usando i logaritmi decimali in luogo di quelli neperiani, si ottiene:

$$\log \frac{K - M(t) + M}{M(t) - M} = \log C - ht \log e \quad (8)$$

A questo punto l'interpolazione si presenta alquanto laboriosa, perché occorre determinare diversi parametri. Cominciamo con l'indicare, come nella (6):

$$Z = \log \frac{K - M(t) + M}{M(t) - M} \quad (9).$$

In questa equazione figurano i parametri  $M$  (che è l'asintoto inferiore) e  $M+K$  (che è l'asintoto superiore) della *logistica*; si presume, inoltre, che detta funzione stia attraversando la misura della prestazione atletica in esperimento. I parametri in questione, per ora, sono ancora ignoti, ma si può affermare che  $M$  è inferiore alla prima misura della cronologia delle prestazioni atletiche e  $M+K$  è superiore all'ultima. Un'altra affermazione, in proposito, può essere fatta: precisamente, che i valori  $M$  e  $M+K$  devono essere tali che la (9) tenda ad assumere, quando si sostituiscono a  $M(t)$  i dati delle misure delle prestazioni atletiche successive, un andamento linearmente decrescente in funzione di  $t$ . E' pertanto possibile, mediante tentativi, arrivare a soddisfacenti stime di  $M$  e  $M+K$ . Successivamente, con uno degli usuali metodi di interpolazione (nella presente analisi sarà adottato quello dei minimi quadrati), si determinano i parametri della retta che meglio

si approssima ai valori sperimentali di  $Z$  e si ottiene una espressione del tipo:

$$Z = a - bt \quad (10)$$

che corrisponde all'altra:

$$Z = \log C - ht \log e, \text{ tratta dalla} \quad (8).$$

Poiché il parametro angolare  $b$  della precedente espressione corrisponde a  $h \log e$ , una volta determinata il valore, si ricava subito il valore di  $h$ , che è uno dei parametri fondamentali della funzione logistica. Ricordando, poi, dalla (9) il significato di  $Z$ , con semplici calcoli si determinano i valori teorici di  $M(t)$ , corrispondenti ai tempi  $t$ , da confrontare coi dati effettivi relativi alle misure delle prestazioni atletiche.

### 3. La stima degli asintoti della funzione logistica

L'esposizione appena conclusa della teoria logistica – secondo lo schema descrittivo, come già accennato, del Boldrini – ci permette, ora, di addentrarci nella fase dell'applicazione sperimentale vera e propria. Prima di procedere alla stima dei due asintoti di ognuna delle funzioni logistiche relative ai quattro livelli sportivi, abbiamo provveduto alla sistemazione, nei diagrammi cartesiani interessati, di tutte le coppie di valori necessarie alla individuazione delle prestazioni atletiche della specialità. La Tav. n. 3 contiene i grafici delle *spezzate* delle progressioni tecniche in questione; queste sono state rappresentate in funzione della esclusione dei dati incompatibili con il vincolo, della curva logistica, di continuo incremento del fenomeno sportivo osservato. Verifiche grafiche ed analitiche ci hanno portato ai valori di stima degli asintoti, esposti nella tabella che segue.

Per quanto concerne tali valori, intanto, necessita fare alcune considerazioni. Precisamente:

1) la stima dell'asintoto inferiore di ognuna delle quattro funzioni logistiche è stata effettuata tenendo presente principalmente i dati iniziali delle relative progressioni tecniche, e quindi non può che risentire positivamente del riferimento a dati tecnici preesistenti;



congiunzione tra il meccanismo logico del passato e quello del futuro;

3) allo stato attuale della situazione non sembra molto plausibile differenziare i valori dei due asintoti superiori relativi alle progressioni europea e mondiale, poiché se da un verso la scuola europea, attualmente, fa testo a livello mondiale, anche con prospettive a lunga scadenza, dall'altro la lunga tradizionale superiorità della scuola nord-americana dal 1900 al 1976 resta, pur sempre, una garanzia di altissima competitività nei confronti dell'emergente scuola europea. Si noti che, sino all'avvento del sovietico Alexander Barishnikov (metri 22.00, Parigi, 10-7-1976), si registrano solo 5 records mondiali da parte di atleti europei contro i 36 stabiliti dagli atleti nord-americani, unici incontrastati dominatori della specialità;

4) per gli asintoti (particolarmente, quelli superiori) relativi alle progressioni tecniche a livello nazionale ed olimpico, è stato tenuto conto, per quanto possibile, dei rapporti tecnici instauratisi, nel corso delle rispettive cronologie, tra i medesimi e quelli del livello mondiale, stante la inderogabilità di operare un logico e costante riferimento alla dinamica della progressione tecnica di massimo valore sportivo. Per quanto riguarda, invece, il livello europeo, l'anno d'inizio della cronologia (1928) non ha procurato particolari problemi circa la stima dell'asintoto inferiore, essendo stato, questo, semplicemente calcolato secondo i normali criteri prestabiliti, a prescindere da una eventuale incidenza causata dall'iniziale sfasamento della cronologia stessa nei confronti delle altre. La considerazione di tale evenienza, infatti, non avrebbe modificato significativamente il valore di stima interessato. Non si è tenuto conto, pertanto, né di eventuali particolari valutazioni oltre quelle attuate e comuni a tutti i livelli sportivi, né del fatto che, attualmente, la scuola europea si ponga in una situazione di preminenza mondiale, nonostante il più ridotto arco di tempo a disposizione circa lo sviluppo della propria progressione tecnica.

#### 4. La funzione logistica nell'analisi sperimentale a livello italiano

Iniziamo l'analisi con lo studio della progressione tecnica a livello italiano.

La funzione logistica trasformata:

$$L = \frac{(26.25 - 13.25) - [M(t) - 13.25]}{M(t) - 13.25}$$

(col. 6 della Tav. n. 4)

può ora, definiti gli asintoti, fornire i relativi valori in funzione del tempo, dai logaritmi dei quali (successiva col. 7), si evidenziano le caratteristiche della funzione lineare decrescente del tempo del tipo  $Z = a - bt$  di cui alla formula (10). Le specifiche proprietà di detto tipo di funzione ci permettono, come abbiamo già visto a proposito delle formule (7), (8), (9) e (10), di definire gli ignoti parametri  $h$ ,  $C$  della *logistica* cercata.

Pertanto, i dati della col. 8, con il valore  $h$  così ricavato, definiscono, nella col. 9, il valore del termine  $e^{-ht}$ . Nella col. 10, immettendo l'ormai individuato parametro costante  $C$  (ricavato, per  $t = 0$ , dalla  $Z = \log C - ht \log e$ ), si potrà finalmente giungere alla esplicitazione, nella col. 11, dei valori di interpolazione della funzione logistica cercata:

$$M(t) = 13.25 + \frac{13.00}{1 + 30.19117 e^{-0.05609 t}}$$

La Tav. n. 4, comunque, fornisce anche diversi valori di estrapolazione, relativi ad una probabile futura situazione della specialità atletica a livello nazionale. Detti valori sono stati da noi prefissati indicativamente, a cadenza decennale, a partire dall'anno 2000 fino all'anno 2100. Per quanto riguarda il grado di attendibilità degli stessi, torneremo di nuovo in argomento in appresso.

La Tav. n. 5 contiene, invece, il diagramma cartesiano ed i calcoli relativi alla definizione della  $Z = a - bt$  in questione ed i successivi passaggi necessari, dapprima, per la esplicitazione degli ancora ignoti parametri  $h$ ,  $C$  della funzione logistica cercata.

PROGRESSIONE TECNICA DELLA GARA DEL GETTO DEL PESO A LIVELLO ITALIANO										
VALORI SPERIMENTALI DI INTERPOLAZIONE ED ESTRAPOLAZIONE DELLA FUNZIONE LOGISTICA $M(t) = M + \frac{K}{1 + Ce^{-kt}}$ = $13.25 + \frac{15.00}{1 + 30.4147e^{-0.0869t}}$										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
N°	Anno $x$	$t = x - 1913$	Misura della prestazione atletica in mt.	Nome dell'atleta	$L = \frac{13.00 - 13.25}{M(t) - 13.25}$	$Z = \text{Log } L$	$kt = 0.0869t$	$e^{-0.0869t}$	$1 + 30.4147e^{-0.0869t}$	$M(t) = 13.25 + \frac{15.00}{1 + 30.4147e^{-0.0869t}}$
1	1913	0	13.51	AURELIO LENZI	$\frac{13.00 - 0.26}{0.26} = 49.00$	1.69049	0.00000	1.00000	30.41417	<b>13.67</b>
2	1923	10	14.09	AURELIO LENZI	$\frac{13.00 - 0.84}{0.84} = 14.47$	1.16046	0.56091	0.57069	18.22980	<b>13.96</b>
3	1935	22	14.37	LAURO BONONCINI	$\frac{13.00 - 1.12}{1.12} = 10.61$	1.02571	1.23398	0.29113	9.78955	<b>14.57</b>
4	1938	25	14.70	ANGIOLO PROFETI	$\frac{13.00 - 1.45}{1.45} = 7.96$	0.90091	1.40225	0.24604	8.42823	<b>14.79</b>
5	1939	26	15.37	ANGIOLO PROFETI	$\frac{13.00 - 2.12}{2.12} = 5.13$	0.71012	1.45834	0.23262	8.02307	<b>14.87</b>
6	1950	37	15.41	ANGIOLO PROFETI	$\frac{13.00 - 2.46}{2.46} = 5.02$	0.70070	2.07533	0.12551	4.78929	<b>15.96</b>
7	1952	39	15.42	ANGIOLO PROFETI	$\frac{13.00 - 2.47}{2.47} = 4.99$	0.69810	2.18751	0.11259	4.39922	<b>16.20</b>
8	1955	42	16.51	SILVANO MECONI	$\frac{13.00 - 3.26}{3.26} = 2.99$	0.47567	2.35578	0.09819	3.96447	<b>16.53</b>
9	1956	43	17.12	SILVANO MECONI	$\frac{13.00 - 3.87}{3.87} = 2.36$	0.37291	2.41187	0.08965	3.70444	<b>16.76</b>
10	1957	44	17.41	SILVANO MECONI	$\frac{13.00 - 4.16}{4.16} = 2.12$	0.32633	2.46796	0.08476	3.55900	<b>16.90</b>
11	1958	45	17.81	SILVANO MECONI	$\frac{13.00 - 4.56}{4.56} = 1.85$	0.26717	2.52405	0.08013	3.41922	<b>17.05</b>
12	1959	46	18.48	SILVANO MECONI	$\frac{13.00 - 5.23}{5.23} = 1.48$	0.17026	2.58014	0.07576	3.28728	<b>17.20</b>
13	1960	47	18.82	SILVANO MECONI	$\frac{13.00 - 5.57}{5.57} = 1.33$	0.12385	2.63623	0.07163	3.16259	<b>17.36</b>
14	1969	56	18.99	FLAVIO ASTA	$\frac{13.00 - 5.74}{5.74} = 1.26$	0.10037	3.14104	0.04823	2.30516	<b>18.89</b>
15	1973	60	19.02	MICHELE SORRENTI	$\frac{13.00 - 5.77}{5.77} = 1.25$	0.09691	3.36540	0.03455	2.04310	<b>19.61</b>
16	1975	62	19.20	ANGELO GROPPPELLI	$\frac{13.00 - 5.95}{5.95} = 1.18$	0.07372	3.47758	0.03088	1.93230	<b>19.98</b>
17	1976	63	19.21	MARCO MONTELATICI	$\frac{13.00 - 5.96}{5.96} = 1.18$	0.07225	3.53367	0.02920	1.88158	<b>20.16</b>
18	1977	64	19.67	MARCO MONTELATICI	$\frac{13.00 - 6.42}{6.42} = 1.02$	0.00860	3.58976	0.02760	1.83328	<b>20.34</b>
19	1978	65	20.13	MARCO MONTELATICI	$\frac{13.00 - 6.88}{6.88} = 0.89$	$\frac{1.94940}{(-0.05060)}$	3.64585	0.02640	1.78799	<b>20.52</b>
20	1982	69	20.35	ALESSANDRO ANDREI	$\frac{13.00 - 7.10}{7.10} = 0.83$	$\frac{1.94908}{(-0.08092)}$	3.87021	0.02085	1.62948	<b>21.23</b>
21	1984	71	21.50	ALESSANDRO ANDREI	$\frac{13.00 - 8.25}{8.25} = 0.57$	$\frac{1.75588}{(-0.24412)}$	3.98239	0.01864	1.56276	<b>21.57</b>
22	1985	72	21.95	ALESSANDRO ANDREI	$\frac{13.00 - 8.70}{8.70} = 0.49$	$\frac{1.69020}{(-0.30980)}$	4.03848	0.01762	1.53197	<b>21.74</b>
23	1986	73	22.06	ALESSANDRO ANDREI	$\frac{13.00 - 8.81}{8.81} = 0.47$	$\frac{1.67210}{(-0.32790)}$	4.09457	0.01666	1.50298	<b>21.90</b>
24	1987	74	22.91	ALESSANDRO ANDREI	$\frac{13.00 - 9.66}{9.66} = 0.35$	$\frac{1.54408}{(-0.45338)}$	4.15066	0.01575	1.47551	<b>22.06</b>
25	2000	87					4.87983	0.00760	1.22945	<b>23.82</b>
26	2010	97					5.44073	0.00434	1.13102	<b>24.74</b>
27	2020	107					6.00163	0.00247	1.07457	<b>25.35</b>
28	2030	117					6.56253	0.00144	1.04257	<b>25.72</b>
29	2040	127					7.12343	0.00081	1.02445	<b>25.94</b>
30	2050	137					7.68433	0.00046	1.01389	<b>26.07</b>
31	2060	147					8.24523	0.00026	1.00785	<b>26.15</b>
32	2070	157					8.80613	0.00015	1.00453	<b>26.19</b>
33	2080	167					9.36703	0.00008	1.00241	<b>26.22</b>
34	2090	177					9.92793	0.00005	1.00154	<b>26.23</b>
35	2100	187					10.48883	0.00003	1.00088	<b>26.24</b>

G. DONZELLI

Calcolo delle costanti "h" e "C" della funzione logistica  $M + \frac{K}{1+e^{-ht}}$  LIVELLO ITALIANO

Costante h  
 $b = h \log_e e = 0.02436$   
 poiché  $\log_e e = 0.43429$  sarà allora:  
 $0.43429 \cdot h = 0.02436$   
 quindi  $h = \frac{0.02436}{0.43429} = 0.056094$

Costante C  
 $Z = \log_e C - ht \log_e e$   
 $Z = -1.47988 - 0.02436 t = \log_e C - ht \log_e e$   
 per  $t = 0$  sarà allora:  
 $\log_e C = -1.47988$  cioè:  $C = 30.19417$

N°	ANNO	ANNO CODIFICATO	X	Z	X <sup>2</sup>	X·Z	X <sup>2</sup>
1	1915	0	1.69019	0	0.00000	0	0
2	1923	10	1.16070	10	10.60700	100	100
3	1935	22	1.02574	22	21.53994	484	484
4	1938	25	0.90094	25	22.52275	625	625
5	1939	26	0.71012	26	18.46312	676	676
6	1950	37	0.70070	37	25.92590	1369	1369
7	1952	39	0.69810	39	27.22590	1521	1521
8	1955	42	0.47567	42	19.97814	1764	1764
9	1956	43	0.37294	43	16.05113	1849	1849
10	1957	44	0.32635	44	14.35852	1936	1936
11	1958	45	0.26717	45	12.02265	2025	2025
12	1959	46	0.17026	46	7.83196	2116	2116
13	1960	47	0.12385	47	5.82095	2209	2209
14	1969	56	0.10037	56	5.62072	3136	3136
15	1973	60	0.09691	60	5.81460	3600	3600
16	1975	62	0.07372	62	4.45656	3844	3844
17	1976	63	0.07225	63	4.52844	3969	3969
18	1977	64	0.00860	64	0.55040	4096	4096
19	1978	65	-0.05060	65	-3.28900	4225	4225
20	1982	69	-0.08092	69	-5.58548	4761	4761
21	1984	71	-0.24412	71	-17.33252	5041	5041
22	1985	72	-0.30980	72	-22.30560	5184	5184
23	1986	73	-0.32790	73	-23.93670	5329	5329
24	1987	74	-0.45593	74	-33.73882	5476	5476
<hr/>							
			1154	7.40299	117.11653	65292	

$$a = \frac{(7.40299 \times 65292) - (117.11653 \times 1154)}{D} =$$

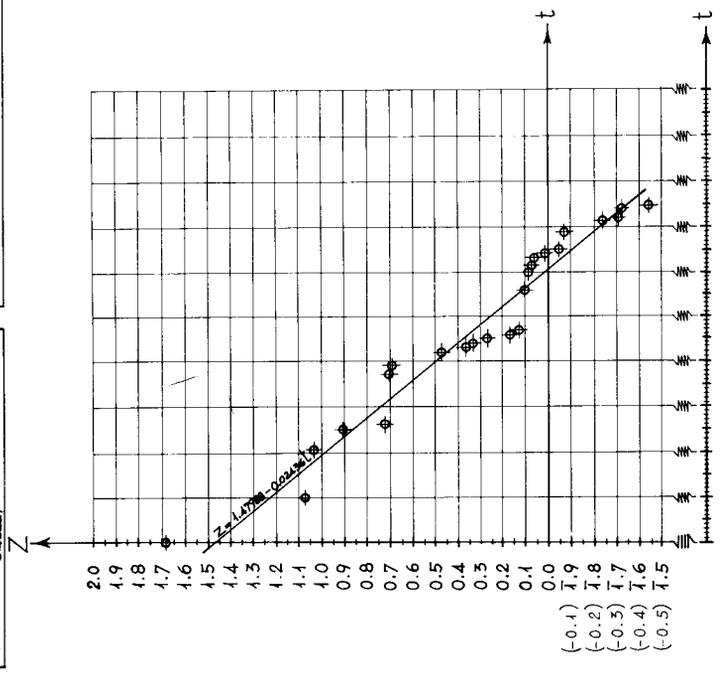
$$= \frac{483356.0234 - 135152.4156}{235292} = \frac{348203.5475}{235292} = 1.47988$$

$$b = \frac{(24 \times 117.11653) - (1154 \times 7.40299)}{D} =$$

$$= \frac{2810.79672 - 8545.05046}{235292} = \frac{-5732.25374}{235292} = -0.02436$$

$$D = [(24 \times 65292) - (1154)^2] = 1567008 - 1331716 = 235292$$

Z = Funzione lineare decrescente del tempo =  $-1.47988 - 0.02436t$   
 (metodo dei minimi quadrati)



O. BONZELLI

Tav. n. 5 - Tabella e diagramma per il calcolo delle costanti "h" e "C" della funzione logistica trasformata (livello italiano).

Con detta Tav. n. 5, riassumendo, abbiamo l'opportunità di poter tramutare, secondo il già citato schema di analisi suggerito dal PEARL, la formula della funzione logistica teorica in quella sperimentale relativa al fenomeno sportivo osservato. Precisamente, avremo, in successione, le seguenti  $M(t) =$  misure delle prestazioni atletiche:

$$1) M(t) = \frac{h : k}{1 + C e^{-ht}}$$

(logistica originaria del Verhulst)

$$2) M(t) = \frac{K}{1 + C e^{-ht}}$$

(idem c.s. per  $K = h : k$ )

$$3) M(t) = M + \frac{K}{1 + C e^{-ht}}$$

(idem c.s. per  $M =$  fondo originario del fenomeno sportivo osservato)

$$4) M(t) = 13.25 + \frac{13.00}{1 + C e^{-ht}}$$

(in seguito alla stima degli asintoti)

$$5) M(t) = 13.25 + \frac{13.00}{1 + 30.19117 e^{-0.05609 t}}$$

(in seguito alla definizione dei parametri  $h, C$ ).

Osserviamo ora, nel grafico della Tav. n. 6, lo sviluppo della progressione tecnica effettiva in funzione di quella teorica, relativa alla curva logistica. Per i primi 30 anni circa (1913 - 1943), si riscontra, ad eccezione del record stabilito da Angiolo Profeti con metri 15.37 (Torino, 2 Luglio 1939), un notevole adeguamento dei valori sperimentali a quelli teorici, che si modifica, come è chiaramente visibile nella *spezzata* della cronologia, in conseguenza del plafond, delle proprie risorse fisiche, toccato dall'atleta; questi, in effetti, riesce a migliorare il proprio record nazionale di soli 5 centimetri lungo un arco di tempo di ben 13 anni (metri 15.37,

Torino, 2 Luglio 1939 - metri 15.42, Milano, 8 Giugno 1952).

Con l'ingresso nella cronologia del record nazionale di Silvano Meconi (metri 15.82, Bologna, 10 Giugno 1955), che dà inizio al primo dei due grandi periodi aurei della specialità italiana, assistiamo ad un exploit di altissimo valore atletico: in soli 5 anni il forte atleta fiorentino riesce a portare il proprio record nazionale da metri 15.82 a metri 18.82 (misura ottenuta a Schio il 10 Agosto 1960), con un differenziale tecnico di ingresso e di uscita dalla cronologia stessa di ben 3 metri esatti. In detto differenziale, inoltre, si può ravvisare il notevole scarto, a favore dell'atleta, di metri 1.46 sul corrispondente valore teorico della funzione che, nella nostra fattispecie, non rappresenta altro che l'andamento tendenziale della progressione tecnica della specialità nella interpretazione della teoria logistica. Dopo il 1960, si registrano modesti miglioramenti del record nazionale, per cui, nel 1969, il vantaggio in questione viene quasi completamente assorbito (metri 18.99 del nuovo record di Flavio Asta contro, appunto, i metri 18.89 del valore teorico di interpolazione della curva logistica).

La progressione tecnica della specialità entra quindi, sempre riferita, ovviamente, alla tendenza espressa dalla *logistica*, in un periodo di sensibile depressione per sfociare, nel 1982, con l'ingresso in scena dell'attuale campione olimpico Alessandro Andrei che, con la misura di metri 20.35 stabilita a Forlì il 23 Maggio, dà inizio al secondo grande periodo aureo della specialità. Detto periodo, tra l'altro, è tuttora in atto con reali prospettive di ulteriore miglioramento dell'attuale record italiano (e mondiale). La depressione appena citata, comunque, prosegue fino al 1985 quando Alessandro Andrei, per 21 cm. (metri 21.95 - metri 21.74, corrispondente valore teorico), riesce a superare il deficit dell'andamento della progressione tecnica sulla curva *logistica*, durato ben 16 anni. Si osservi in proposito, di nuovo, la Tav. n. 4 che fornisce i dati tecnici relativi alla dinamica di questo tipo di osservazione.

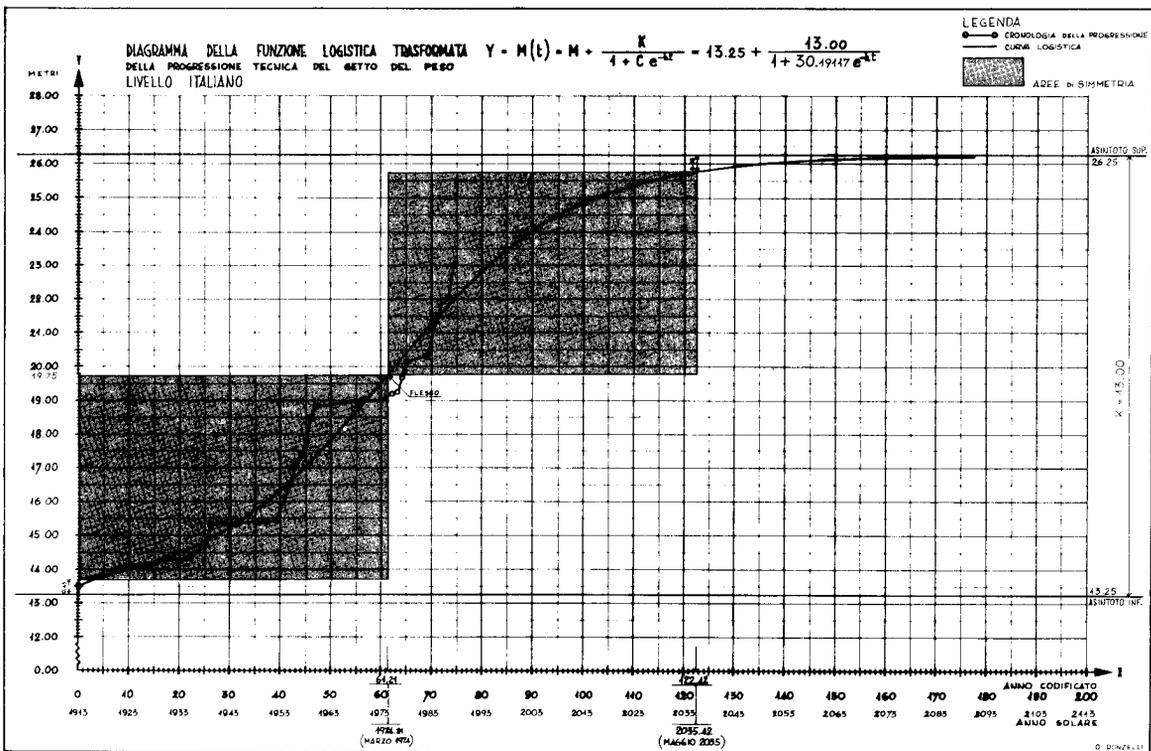
Riprendendo in esame la Tav. n. 6, notiamo che l'inizio della *spezzata* della progressione tecnica di Andrei sembra ricalcare abbastanza fedelmente quella relativa alla carriera di Meconi, visto il promettente parallelismo di fondo delle due *spezzate* stesse. Comunque, non si ravvisano elementi probanti, nella pur sfolgorante carriera in corso del campione olimpico, tali da poter dare scontato, anche per lui, il verificarsi di un analogo differenziale (attualmente fermo ad un pur eccellente metri 2.56), per l'ovvio motivo della indubbia superiore pressione delle forze contrastanti che deve subire l'atleta del tempo attuale, in vista dell'approssimarsi sempre più del limite delle possibilità umane, per raggiungere gli stessi 3 metri dell'atleta del tempo di ieri.

Le obiettive enormi difficoltà, cui Andrei va incontro nel futuro, possono ricondursi, in effetti, a due ordini di motivi:

1) Lo sviluppo della propria carriera con uno svantaggio, nei confronti del Meconi, di almeno 3-4 generazioni sportive rispetto al citato limite delle possibilità umane, per cui saranno sempre più probabili *tassi di incremento* del record sempre più *decrementi* (perché, naturalmente, sempre più difficoltosa sarà una generica superiore prestazione atletica).

2) Il diverso rapporto (più sfavorevole, per la futura carriera di Andrei), tra l'attuale livello – altissimo – della specialità italiana rispetto a quello mondiale, e quello analogo riferito alla carriera di Meconi.

L'osservazione diretta dei dati delle rispettive cronologie italiana e mondiale (si consulti, in proposito, il preciso dettaglio dell'ultimo Annuario FIDAL) già conferma, a prima vista, quanto affermato. Comunque, per avvalorare l'affermazione di cui al punto 2) – per quella di cui



Tav. n. 6 - Diagramma della funzione logistica trasformata (livello italiano).

al punto 1) non ci sembra, obiettivamente, possa sussistere alcun dubbio – abbiamo provveduto alla elaborazione dell'apposita Tav. n. 7 che, per l'occasione, non avendo alcuna connessione con l'analisi logistica, può comprendere anche i dati relativi ai records uguagliati.

Per una rappresentazione visivamente efficace è stato predisposto un istogramma con le seguenti caratteristiche:

- a) evoluzione del tempo su base annuale, per i valori di ascissa;
- b) misura del record italiano in valore percentuale del corrispettivo vigente record mondiale, per i valori di ordinata.

Questo tipo di rappresentazione offre l'innegabile vantaggio, su quello eventualmente predisposto in termini di valori assoluti, di permettere, naturalmente con la dovuta cautela, un confronto tecnico tra atleti con carriere sportive situate in epoche differenti. Ciò in virtù di un elementare, ma omogeneo criterio di riferimento comune, cioè il record mondiale fatto sempre uguale a 100, a prescindere dalla sua collocazione nel tempo. Il rapporto percentuale che ne consegue può, in tal modo, aggirare, seppure in senso limitativo, il grave ostacolo della incomparabilità tecnica di prestazioni atletiche verificatesi in tempi diversi. La successione dei livelli percentuali della cronologia, evidenziati, come già detto, dall'istogramma a cadenza annuale, assume un andamento irregolare con le seguenti caratteristiche:

1) L'intera cronologia dei records italiani della specialità esprime valori percentuali inferiori al 90% dei corrispettivi records mondiali ad eccezione di tre brevi periodi:

- a) 1923-1927 (Aurelio Lenzi, 90.67% costante per tutto il periodo);
- b) 1957-1964 (Silvano Meconi, da 90.44% min. a 95.75% max.);
- c) 1978-Settembre 1987 (Marco Montelatici e Bruno Pauletto 1978-1981, 90.88% costante; Alessandro Andrei 1982-1987 (Settembre), da 91.58 min. a 100% max.).

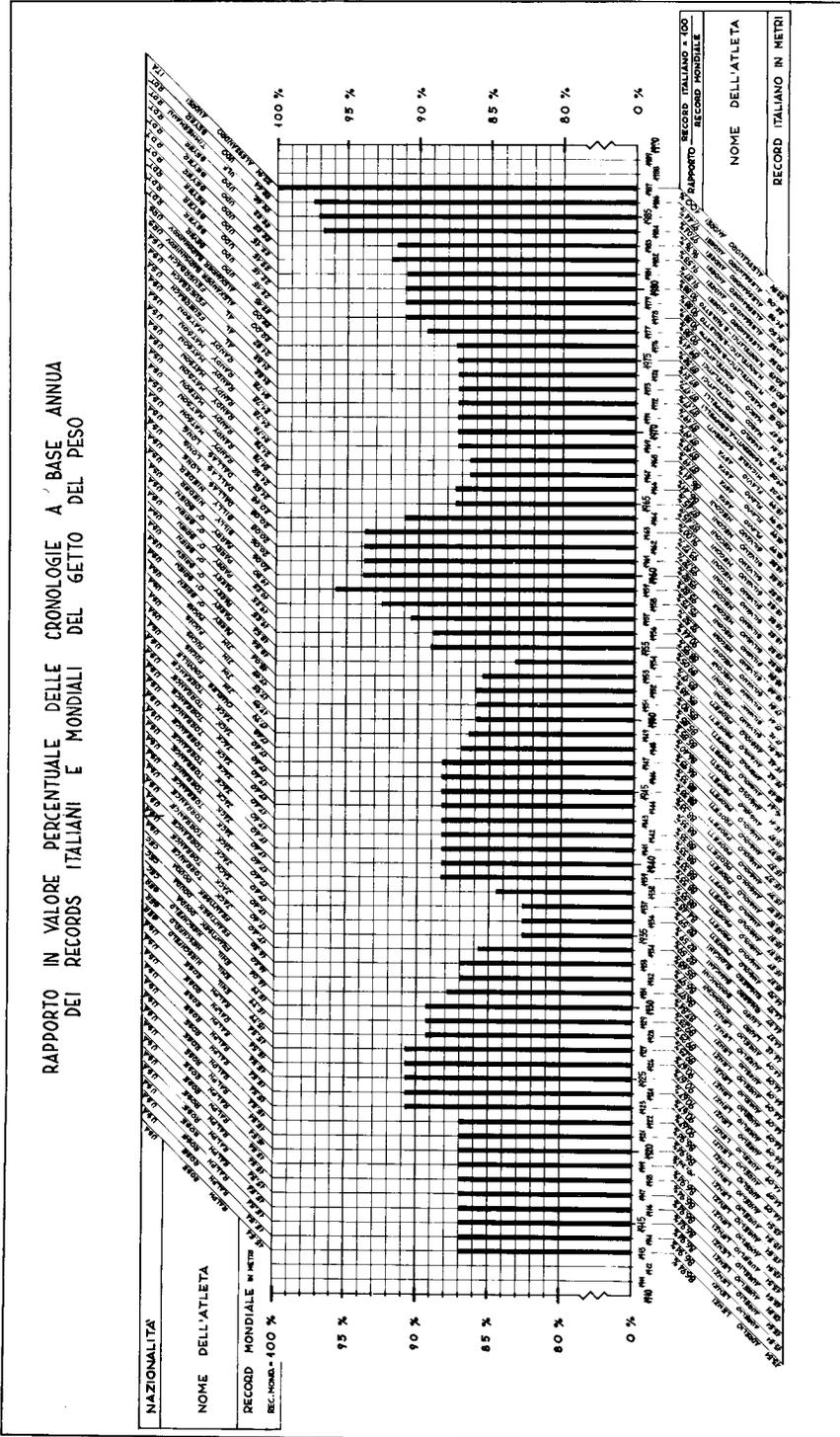
Quanto appena indicato contribuisce non poco a rivalutare le pionieristiche prestazioni atletiche del valoroso, ma ingiuri-

stamente dimenticato Aurelio Lenzi, il cui "dominio" di 20 anni (1913-1933) della specialità, giova ricordare, è tuttora imbattuto. Un altro istogramma (Tav. n. 7/ bis) è, al riguardo, molto esplicito.

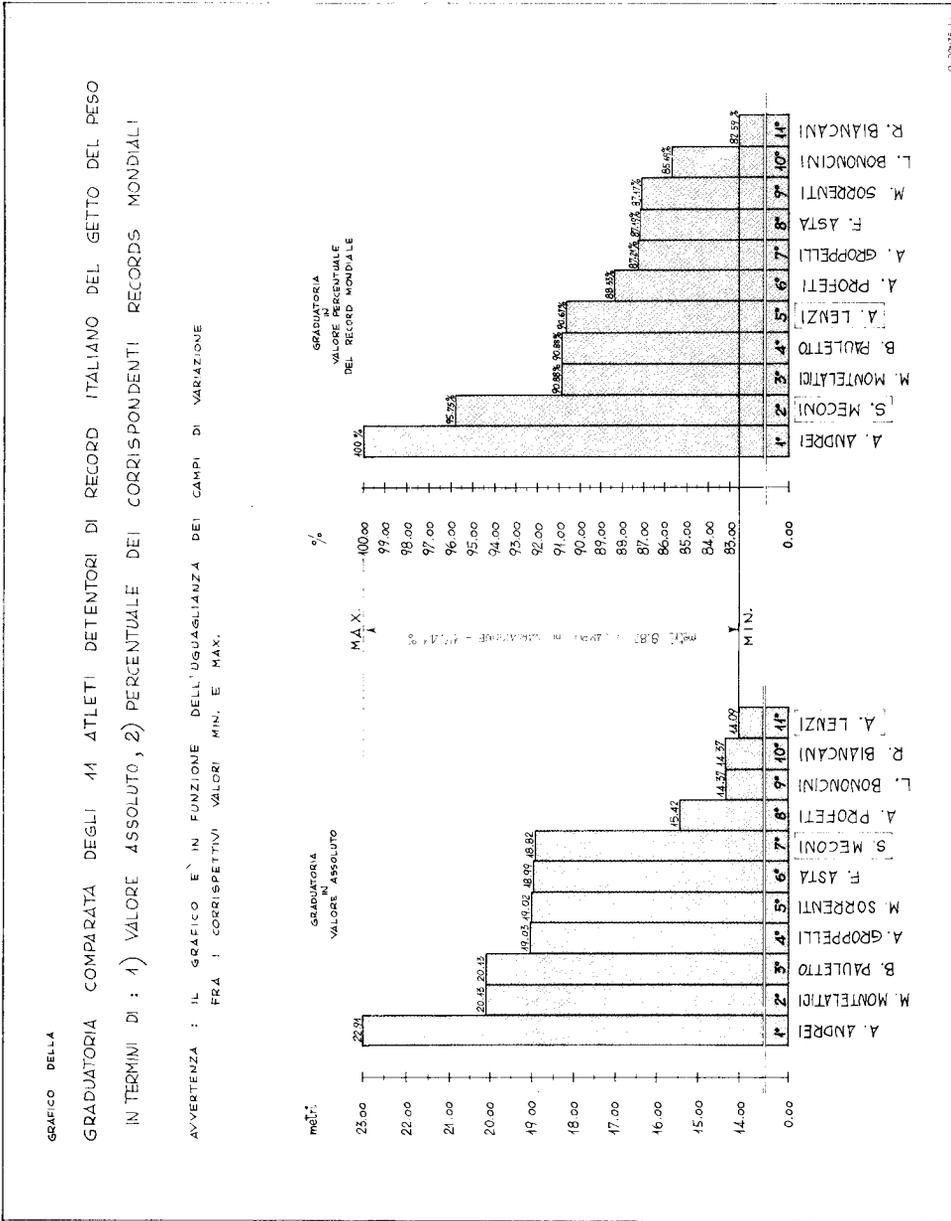
2) Il minimo storico della cronologia si attesta all'82.59% (1935-1937), relativamente alla misura di metri 14.37 raggiunta prima da Lauro Bononcini nel 1935 e poi da Ruggero Biancani nel 1936, a fronte della misura di metri 17.40 stabilita dal mitico Jack Torrance nel 1934, il cui record mondiale resisterà poi ben 14 anni. Per una ulteriore giustificazione tecnica di detto modesto valore percentuale, c'è da osservare che, per superare lo storico limite del Torrance, il primo pesista europeo dovrà attendere addirittura 19 anni (il ceco Jiri Skobla, nel 1953, con metri 17.54). Si noti ancora che, per lo stesso motivo, risulterà poi pesantemente penalizzata anche la dinamica dei valori percentuali relativi alla carriera di Angiolo Profeti, contemporaneo del Torrance ed altro "grande" della nostra specialità, il quale rimarrà detentore del record italiano per poco meno di 17 anni. Le prestazioni mondiali dell'astro Parry O'Brien, che con il suo metri 18.54 relega lo stazionario metri 15.42 del Profeti all'83.17% nel 1954, saranno in seguito il punto di riferimento del nostro Silvano Meconi, il quale raggiungerà l'eccezionale 95.75% nel 1959 (metri 18.48 contro i metri 19.30 dell'americano). Si osservi, in proposito, che il successivo record italiano di metri 18.82 del Meconi stesso raggiungerà nel 1960 un valore percentuale inferiore (93.82%), poiché il corrispondente record mondiale, intanto, avrà toccato, con Billy Nieder, la considerevole misura di metri 20.06.

3) Gli unici due atleti ad aver superato l'eccellenza del 95% del proprio corrispondente record mondiale sono, a tutt'oggi, Silvano Meconi con il 95.75% (1959), come già detto, ed Alessandro Andrei con il 100% (1987), da lui raggiunto con la prestigiosa misura di metri 22.91, nuovo record mondiale della specialità.

Facendo riferimento a quanto appena detto, non dovrebbe sorprendere troppo il



Tav. n. 7 - Rappresentazione grafica del rapporto in valore percentuale delle cronologie a base annua dei records italiani e mondiali del getto del peso.



Tav. n. 7/bis - Rappresentazione grafica della graduatoria comparata degli 11 atleti detentori di record italiano del getto del peso, in termini di valori assoluti e percentuali dei corrispondenti records mondiali.

fatto che in termini attuali, per esempio, il miglior Lenzi quasi equivalga il miglior Montelatici (90.67% e 90.88%, rispettivamente) e che il migliore (per ora) Andrei non superi il miglior Meconi più del 4.25%. Resta per la verità, in quest'ultimo caso, un titolo olimpico ed un record mondiale a fare la differenza tra verifiche teoriche e realtà dei fatti. Ciò, in effetti, non è davvero poco.

Prima di riprendere il discorso interrotto sulla funzione logistica (d'altra parte, la specialità a livello nazionale ci interessava particolarmente anche sotto questi altri punti di vista), riteniamo opportuno riproporre il grafico per il confronto in parallelo, in termini di valori assoluti e percentuali, fra le migliori prestazioni atletiche di ognuno dei soli 11 "recordmen" che a tutt'oggi fanno parte della cronologia ufficiale della specialità italiana (Tav. n. 7/bis). Come si può vedere, le due graduatorie esprimono un sostanziale equilibrio di posizioni, ad eccezione di quelle relative al Meconi ed al Lenzi, dei quali volevamo appunto rimarcare, sotto questo specifico punto di vista, che il diverso (superiore) valore atletico delle rispettive carriere sportive va ben oltre il semplice riferimento espresso dai propri valori assoluti. Ci interessa mettere in evidenza, a questo punto, che nell'insieme delle massime prestazioni atletiche del tempo passato, in tutte le varie discipline sportive, esistono quasi sempre alcune "performances" che, con determinate valide premesse, non sfigurano affatto nei confronti di quelle analoghe relative al tempo presente. Più volte, appunto, sulla ingenerosa legge del tempo, che fatalmente offusca le storiche imprese sportive del passato, può ben prevalere, semplicemente, una doverosa ed opportuna osservazione dello sportivo che indaga.

Riprendiamo, ora, l'analisi della funzione logistica momentaneamente accantonata. L'andamento della curva ci permette di inquadrare la dinamica della progressione tecnica secondo i termini dei seguenti punti salienti:

1) Nel 1952 (valore teorico della funzione *logistica* m. 16.20, record di Profeti

m. 15.42) e nel 1982 (valore teorico della funzione *logistica* m. 21.23, record di Andrei m. 20.35) si verificano i massimi "ritardi" (scarti pari rispettivamente a m. 0.78 e m. 0.88) della cronologia nei confronti dei valori teorici.

Nel primo caso, Profeti non sarà purtroppo in grado, per motivi dipendenti dalla propria carriera al termine, di rimuovere il *gap* esistente; nel secondo caso, Andrei annullerà facilmente, in soli 3 anni, il ritardo stesso, arrivando addirittura a stabilire, nel 1985, un "anticipo" pari a metri 0.21 (metri 21.95 contro metri 21.74, rispettivamente record e valore teorico). Giova notare che il suo recentissimo record mondiale di metri 22.91 ha portato lo scarto di "anticipo" sulla tendenza a livello italiano addirittura a metri 0.85, sebbene il valore teorico della *logistica* abbia, nel contempo, toccato i metri 22.06.

2) Il massimo "anticipo" della cronologia sui valori teorici viene toccato, nel 1960, da Meconi (record m. 18.82, in contrapposizione ai metri 17.36 del valore teorico, per uno scarto favorevole pari a metri 1.46, come già precedentemente accennato a proposito del suo eccezionale differenziale di ingresso e di uscita dalla cronologia del record italiano della specialità. Tale scarto, come del resto dimostra ampiamente il diagramma della Tav. n. 6, non ha pertanto bisogno di ulteriori commenti.

3) Nella cronologia della specialità, solo 4 atleti su 11 oltrepassano in carriera i valori teorici della curva in questione. Precisamente:

- Lenzi (1923, con uno scarto a proprio favore pari a metri 0.13);
- Profeti (1939, con uno scarto a proprio favore pari a metri 0.50);
- Meconi (1960, con uno scarto a proprio favore pari a metri 1.46);
- Andrei (1987, con uno scarto a proprio favore pari a metri 0.85, ma con carriera sportiva ancora in atto).

Si noti, comunque, che la progressione dei records italiani di Meconi è tutta in crescente "anticipo" sui valori teorici, se si eccettua il 1955, primo anno della sua

permanenza in cronologia, il quale registra un "ritardo" di soli 2 centimetri (metri 16.51, suo terzo record nell'anno, contro i teorici metri 16.53).

4) Il punto di flesso della *logistica* (marzo 1974, metri 19.75) chiude il periodo di crescita, a *tasso crescente*, del fenomeno, aprendo nel contempo quello di crescita a *tasso decrescente*; l'andamento della curva nei due periodi è chiaramente evidenziato all'interno delle due relative aree di simmetria della Tav. n. 6. L'epoca di verifica (anno codificato = 61.21, cioè marzo 1974) è da porre in relazione solo con il fatto che la *logistica* ha carattere di funzione continua (nel tempo) e prescinde, pertanto, dalle caratteristiche meteorologiche dei mesi non adatti alla normale stagione agonistica all'aperto.

5) Il record attuale di Andrei (metri 22.91), che si colloca a circa 1/4 dal punto di flesso della curva teorica all'interno della seconda area di simmetria, ci informa che per giungere ad una epoca di pratica stabilizzazione del record italiano (nel caso, ovviamente, di validità delle premesse fatte in sede di analisi) occorrerà attendere all'incirca fino all'anno 2035, dopo di che si dovrebbero verificare miglioramenti ancora sempre più ridotti, per corrispondenti tempi di attesa sempre più lunghi. Per quanto riguarda una previsione a breve termine, specialmente se si verificheranno le condizioni di un auspicabile "effetto Andrei" (si osservino attualmente, ad esempio, gli esiti in Svezia dell'"effetto Borg" nel tennis), potrebbe considerarsi verosimile, verso l'anno 2000, un record italiano all'incirca sui metri 23.80, sempreché la realtà sportiva si conformi, anche nel futuro, alle caratteristiche di crescita proprie della legge logistica finora sperimentata nel caso specifico.

### 5. La funzione logistica nell'analisi sperimentale a livello europeo

Passando all'analisi della progressione tecnica a livello europeo, dalla relativa funzione logistica trasformata:

$$L = \frac{(27.25 - 15.50) - [M(t) - 15.50]}{M(t) - 15.50}$$

(col. 6 della Tav. n. 8)

si giunge, analogamente, alla *logistica* cercata, definita da:

$$M(t) = 15.50 + \frac{11.75}{1 + 20.25956 e^{-0.06359t}}$$

Osserviamo ora, nel grafico della Tav. n. 10, lo sviluppo della progressione tecnica teorica, relativa alla curva logistica, in funzione di quella effettiva. Nel complesso, le misure delle effettive prestazioni atletiche non presentano scostamenti notevoli dai corrispondenti valori teorici; il massimo "anticipo" è pari a metri 0.78, per la misura effettiva di metri 21.54, nel 1972, del tedesco H. Briesenick (RDT) contro i teorici metri 20.76, mentre il massimo "ritardo" è pari a metri 0.66, per la misura effettiva del tedesco orientale Udo Beyer, nel 1986, di metri 22.64 contro i teorici metri 23.30, "ritardo" destinato ad aumentare se nel corrente 1987 non fosse stato adeguatamente migliorato da un atleta europeo il record mondiale. La curva logistica, infatti, crescente e continua nel tempo, prevedeva per il 1987 un valore teorico di metri 23.46. Il fatto più saliente, quindi, è chiaramente rappresentato dal "ritardo", dell'attuale record europeo (e mondiale) di Andrei, sulla tendenza di sviluppo della progressione tecnica.

Comunque, se l'andamento del fenomeno osservato riflette le caratteristiche della legge logistica, espresse dalla funzione ricavata in sede di analisi sperimentale, quanto appena detto può essere messo in connessione, verosimilmente, con la chiusura del ciclo di "anticipo" relativo al periodo 1968/1978 aperto dal sovietico Eduard Guschin e chiuso dal tedesco orientale Udo Beyer. Il periodo in questione è definito dai seguenti dati:

*Inizio periodo di "anticipo"*

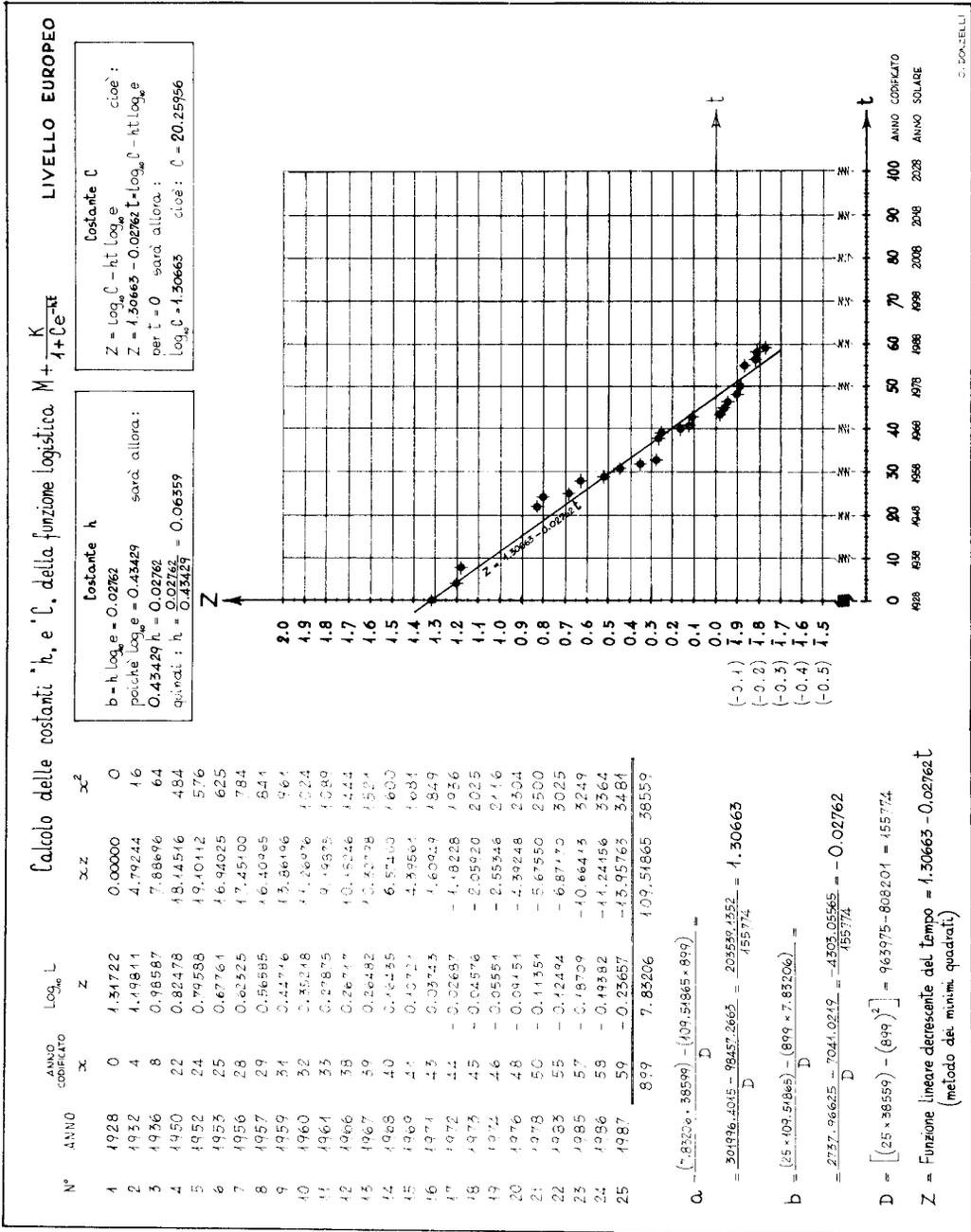
Anno: 1968

Atleta e nazionalità: Eduard Guschin (URSS)

Record europeo: metri 20.28

PROGRESSIONE TECNICA DELLA GARA DEL GETTO DEL PESO A LIVELLO EUROPEO										
VALORI SPERIMENTALI DI INTERPOLAZIONE ED ESTRAPOLAZIONE DELLA FUNZIONE LOGISTICA $M(t) = M + \frac{K}{1 + C e^{-\frac{t-15.50}{1+20.25956e^{-0.06359t}}}}$										
N°	Anno x	t = x - 1928	Misura della creazione atletica in m.	Atleta e nazionalità	$L = \frac{41.75 - 0.54}{0.84} = 20.76$ $\frac{M(t) - 15.50}{[M(t) - 15.50]}$	$Z = \text{Log}_e L$	$hL = 0.06359 t$	$e^{-0.06359 t}$	$1 + C e^{-0.06359 t}$ $= 1 + 20.25956 e^{-0.06359 t}$	$M(t) = 15.50 + \frac{41.75}{1 + 20.25956 e^{-0.06359 t}}$
1	1928	0	16.04	EMIL HIRSCHFELD GER	$\frac{41.75 - 0.54}{0.84} = 20.76$	1.34722	0.00000	1.00000	21.25956	<b>16.05</b>
2	1932	4	16.20	FRANTISEK DOUDA CEC	$\frac{41.75 - 0.70}{0.70} = 15.78$	1.19811	0.25436	0.77541	16.70946	<b>16.20</b>
3	1936	8	16.60	HANS WOELLKE GER	$\frac{41.75 - 1.10}{1.10} = 9.68$	0.98587	0.50872	0.60426	13.18126	<b>16.39</b>
4	1950	22	17.03	HEINO LIPP URS	$\frac{41.75 - 1.53}{1.53} = 6.68$	0.82478	1.39898	0.24685	6.00107	<b>17.46</b>
5	1952	24	17.12	JIRI SKOBLA CEC	$\frac{41.75 - 1.62}{1.62} = 6.25$	0.79588	1.52616	0.21737	5.40382	<b>17.67</b>
6	1953	25	17.54	JIRI SKOBLA CEC	$\frac{41.75 - 2.04}{2.04} = 4.76$	0.67761	1.58975	0.20398	5.13254	<b>17.79</b>
7	1956	28	17.76	JIRI SKOBLA CEC	$\frac{41.75 - 2.46}{2.46} = 4.20$	0.62325	1.78052	0.16855	4.41475	<b>18.16</b>
8	1957	29	18.01	JIRI SKOBLA CEC	$\frac{41.75 - 2.51}{2.51} = 3.68$	0.56585	1.84411	0.15817	4.20445	<b>18.29</b>
9	1959	31	18.59	ARTHUR ROWE GBR	$\frac{41.75 - 3.09}{3.09} = 2.80$	0.44716	1.97129	0.13928	3.82175	<b>18.57</b>
10	1960	32	19.11	ARTHUR ROWE GBR	$\frac{41.75 - 3.61}{3.61} = 2.25$	0.35218	2.03488	0.13070	3.64792	<b>18.72</b>
11	1961	33	19.55	ARTHUR ROWE GBR	$\frac{41.75 - 4.05}{4.05} = 1.90$	0.27875	2.09847	0.12264	3.48463	<b>18.87</b>
12	1966	38	19.62	VILMOS VARTU UNG	$\frac{41.75 - 4.12}{4.12} = 1.85$	0.26717	2.41642	0.08924	2.80796	<b>19.68</b>
13	1967	39	19.64	EDUARD GUSCHIN URS	$\frac{41.75 - 4.14}{4.14} = 1.84$	0.26482	2.48004	0.08374	2.69653	<b>19.86</b>
14	1968	40	20.28	EDUARD GUSCHIN URS	$\frac{41.75 - 4.78}{4.78} = 1.46$	0.16435	2.54360	0.07858	2.59200	<b>20.03</b>
15	1969	41	20.64	HANS PETER GIES RDT	$\frac{41.75 - 5.14}{5.14} = 1.28$	0.10721	2.60719	0.07374	2.49394	<b>20.21</b>
16	1971	43	21.12	HEINZ J. ROTHENBURG RDT	$\frac{41.75 - 5.62}{5.62} = 1.09$	0.05743	2.73437	0.06493	2.31545	<b>20.57</b>
17	1972	44	21.54	HARTMUT BRIESENICK RDT	$\frac{41.75 - 6.04}{6.04} = 0.94$	$\uparrow$ 0.97513 (0.02607)	2.79796	0.06093	2.23441	<b>20.76</b>
18	1973	45	21.67	HARTMUT BRIESENICK RDT	$\frac{41.75 - 6.17}{6.17} = 0.90$	$\uparrow$ 0.95424 (0.04576)	2.86155	0.05718	2.15844	<b>20.94</b>
19	1974	46	21.70	ALEKSANDR BARISHNIKOV URS	$\frac{41.75 - 6.20}{6.20} = 0.89$	$\uparrow$ 0.94939 (0.05161)	2.92514	0.05366	2.08743	<b>21.13</b>
20	1976	48	22.00	ALEKSANDR BARISHNIKOV URS	$\frac{41.75 - 6.50}{6.50} = 0.81$	$\uparrow$ 0.90849 (0.09151)	3.05232	0.04725	1.95726	<b>21.50</b>
21	1978	50	22.15	UDO BEYER RDT	$\frac{41.75 - 6.65}{6.65} = 0.77$	$\uparrow$ 0.88649 (0.11351)	3.17950	0.04161	1.84300	<b>21.87</b>
22	1983	55	22.22	UDO BEYER RDT	$\frac{41.75 - 6.72}{6.72} = 0.75$	$\uparrow$ 0.87506 (0.12494)	3.49745	0.03027	1.61326	<b>22.78</b>
23	1985	57	22.62	ULF TIMMERMANN RDT	$\frac{41.75 - 7.12}{7.12} = 0.65$	$\uparrow$ 0.81291 (0.18709)	3.62463	0.02666	1.54012	<b>23.13</b>
24	1986	58	22.64	UDO BEYER RDT	$\frac{41.75 - 7.14}{7.14} = 0.64$	$\uparrow$ 0.80618 (0.19382)	3.68822	0.02502	1.50689	<b>23.30</b>
25	1987	59	22.91	ALESSANDRO ANDREI ITA	$\frac{41.75 - 7.41}{7.41} = 0.58$	$\uparrow$ 0.76343 (0.25657)	3.75481	0.02347	1.47549	<b>23.46</b>
26	2000	72					4.57848	0.01027	1.20806	<b>25.23</b>
27	2010	82					5.21438	0.00544	1.11021	<b>26.08</b>
28	2020	92					5.85028	0.00288	1.05835	<b>26.60</b>
29	2030	102					6.48618	0.00152	1.03079	<b>26.90</b>
30	2040	112					7.12208	0.00081	1.01641	<b>27.06</b>
31	2050	122					7.75798	0.00043	1.00871	<b>27.15</b>
32	2060	132					8.39388	0.00023	1.00466	<b>27.19</b>
33	2070	142					9.02978	0.00012	1.00243	<b>27.22</b>
34	2080	152					9.66568	0.00006	1.00127	<b>27.23</b>
35	2090	162					10.30158	0.00003	1.00067	<b>27.24</b>
36	2100	172					10.93748	0.00001	1.00036	<b>27.24</b>

O. DONZELLI



Tav. n. 9 - Tabella e diagramma per il calcolo delle costanti "h" e "C" della funzione logistica trasformata (livello europeo).



Valore teorico: metri 20.03  
 Anticipo sulla tendenza: metri 0.25

*Fine periodo di "anticipo"*

Anno: 1978  
 Atleta e nazionalità: Udo Beyer (RDT)  
 Record europeo (e mondiale): metri 22.15  
 Valore teorico: metri 21.87  
 Anticipo sulla tendenza: metri 0.28.

Successivamente, lo stesso Udo Beyer, con il suo nuovo record europeo – e mondiale – di metri 22.22, pone in ritardo, nel 1983, la cronologia nei confronti della curva teorica, il cui valore, in detto anno, è pari a metri 22.78. I seguenti dati definiscono la situazione verificatasi successivamente al 1978, caratterizzata dal "ritardo" sui valori teorici. Tale situazione, nel corso del 1987, è ancora in atto. Vediamone le variazioni:

*Inizio periodo di "ritardo" e sue variazioni a tutto Settembre 1987*

Anno: 1983  
 Atleta e nazionalità: Udo Beyer (RDT)  
 Record europeo (e mondiale): metri 22.22  
 Valore teorico: metri 22.78  
 Ritardo sulla tendenza: metri 0.56

Anno: 1985  
 Atleta e nazionalità: Ulf Timmermann (RDT)  
 Record europeo (e mondiale): metri 22.62  
 Valore teorico: metri 23.13  
 Ritardo sulla tendenza: metri 0.51.

Anno: 1986  
 Atleta e nazionalità: Udo Beyer (RDT)  
 Record europeo (e mondiale): metri 22.64  
 Valore teorico: metri 23.30  
 Ritardo sulla tendenza: metri 0.66

Anno: 1987 (Settembre)  
 Atleta e nazionalità: Alessandro Andrei (ITA)  
 Record europeo (e mondiale): metri 22.91  
 Valore teorico: metri 23.46  
 Ritardo sulla tendenza: metri 0.55

Come si può notare, l'incremento medio teorico procede, attualmente, sulla

base di circa 16 cm. all'anno, ovviamente con tendenza a decrescere secondo la legge logistica della specifica funzione considerata. Giova ricordare, appunto, che alla fine del secolo detto incremento scenderà a circa 13 cm. l'anno, per ridursi a circa 5 cm. verso il 2020. Alla luce dell'attuale livello della specialità, si può comunque ragionevolmente presumere che possano senz'altro verificarsi, in un prossimo futuro, le condizioni per un adeguamento della cronologia ai valori teorici, se non addirittura quelle favorevoli all'inizio di un nuovo ciclo di "anticipo", in previsione di probabili ulteriori perfezionamenti delle pur già raffinatissime attuali metodiche di allenamento.

## 6. La funzione logistica nell'analisi sperimentale a livello olimpico

Dalla funzione logistica trasformata:

$$L = \frac{(26.50 - 13.50) - [M(t) - 13.50]}{M(t) - 13.50}$$

(col. 6 della Tav. n. 11)

si giunge, analogamente alle precedenti analisi a livello italiano ed europeo, alla *logistica* cercata, definita da:

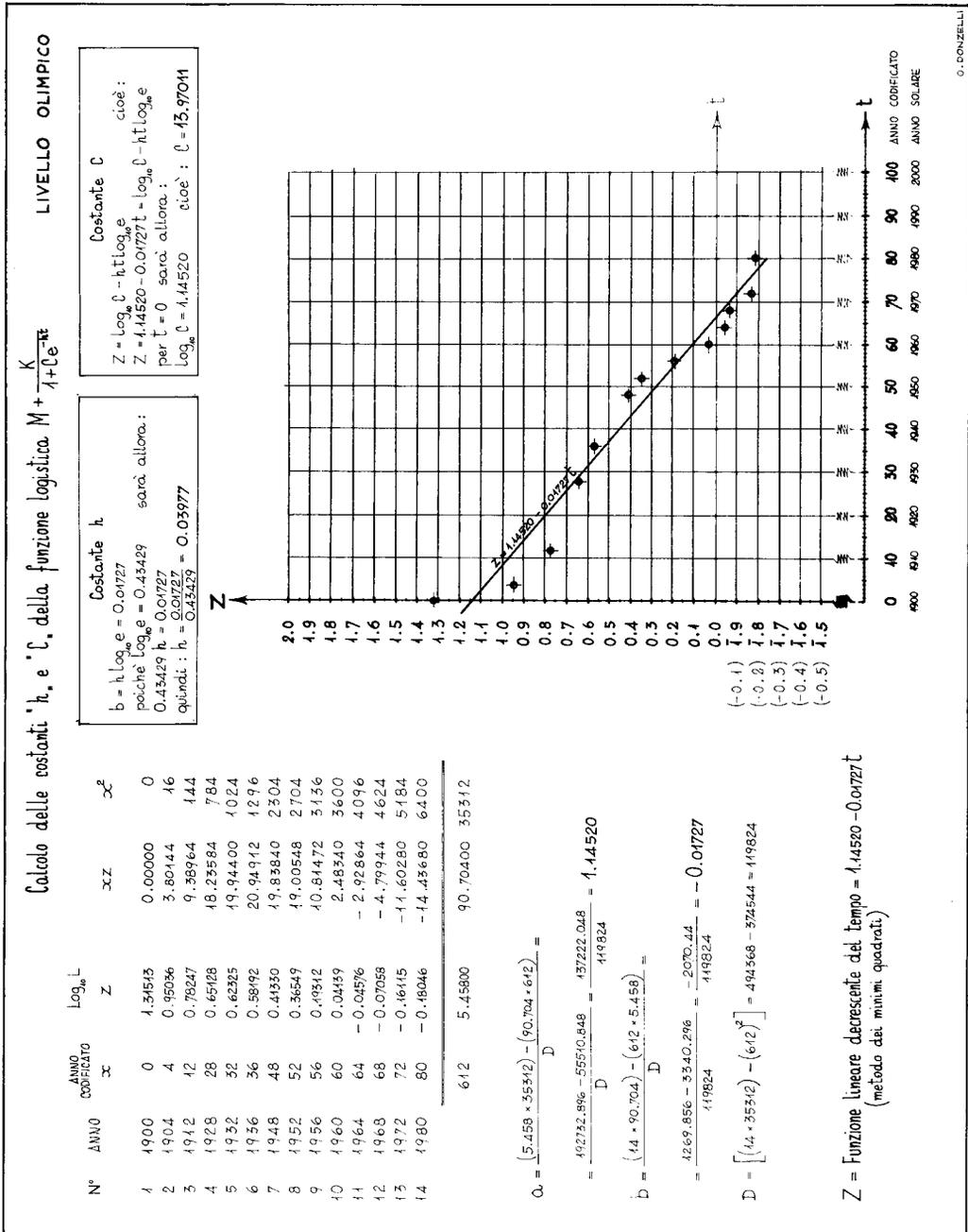
$$M(t) = 13.50 + \frac{13.00}{1 + 13.97011 e^{-0.03977t}}$$

(Tav. n. 12 e Tav. n. 13).

Osservando il diagramma della Tav. n. 13, si rileva che la curva logistica interseca quattro volte la *spezzata* della cronologia, definendo tre soli periodi: due di "anticipo" dei dati effettivi sui corrispettivi di tendenza ed uno di "ritardo". Quest'ultimo è relativo all'arco di tempo praticamente compreso tra l'olimpiade di Amsterdam del 1928 e quella di Melbourne del 1956. Il massimo "ritardo", che si verifica in corrispondenza dell'olimpiade di Helsinki del 1952, vinta dall'americano Parry O'Brien, è relativo alla misura effettiva di metri 17.41 contro un valore teorico di metri 18.20, per uno scarto pari a metri 0.79. Si noti, intanto, che lo stesso atleta vincerà poi anche la successiva olimpiade del 1956, con una

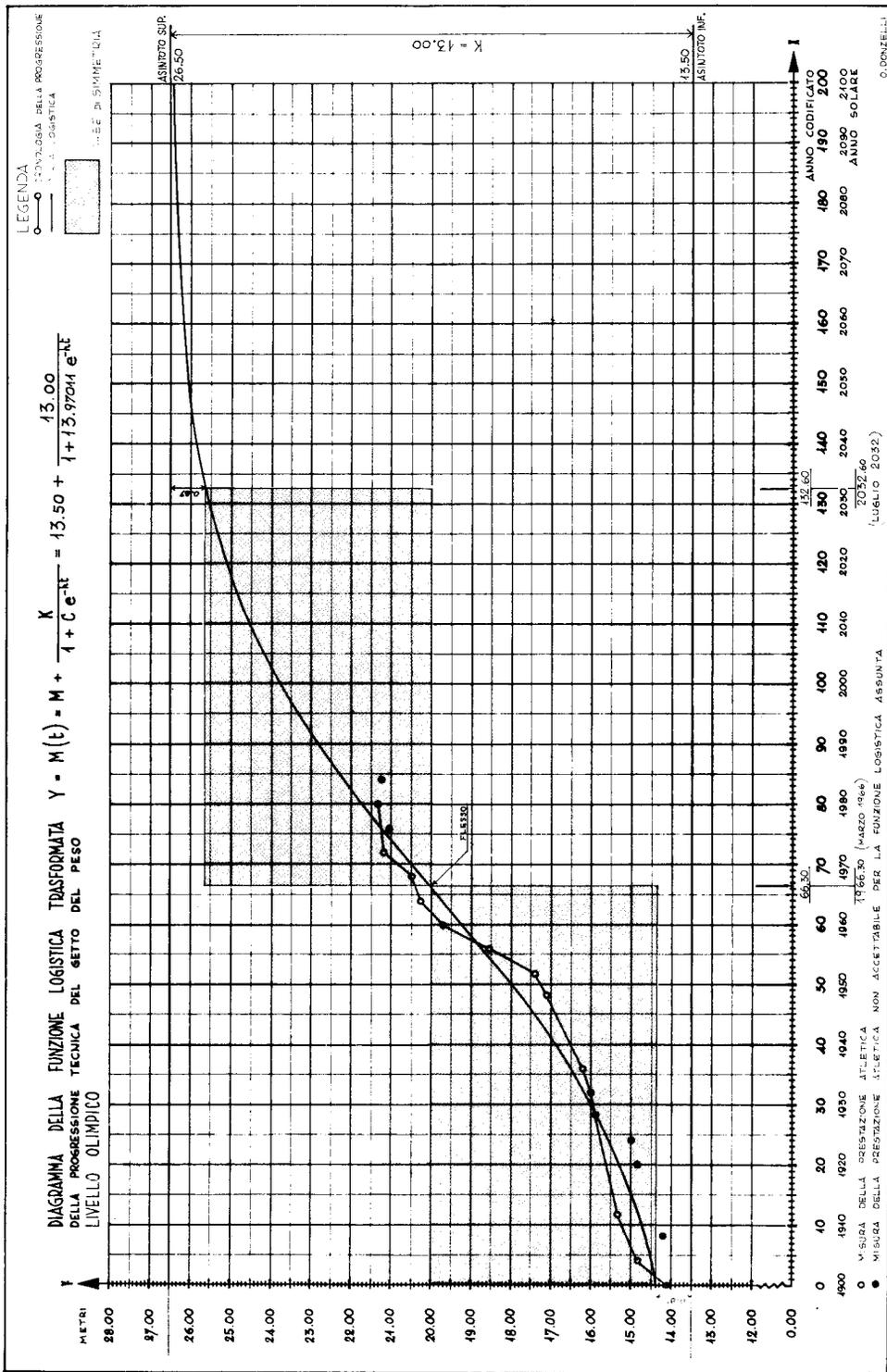
PROGRESSIONE TECNICA DELLA GARA DEL GETTO DEL PESO A LIVELLO OLIMPICO										
VALORI SPERIMENTALI DI INTERPOLAZIONE ED ESTRAPOLAZIONE DELLA FUNZIONE LOGISTICA $M(t) = M + \frac{K}{1+C} e^{-0.03977t} - 13.50 + \frac{13.00}{1+13.97041e^{0.03977t}}$										
N°	Anno	t = x - 1900	Misura della prestazione atletica in mt.	Atleta e nazionalità	$L = \frac{(26.50-13.50) \cdot (M(t)-13.50)}{(M(t)-13.50)}$	Z = Log <sub>e</sub> L	ht = 0.03977t	$e^{-0.03977t}$	$1 + C e^{-0.03977t}$	$M(t) = 13.50 + \frac{13.00}{1+13.97041e^{0.03977t}}$
1	1900	0	14.10	R. SHELDON USA	$\frac{13.00-0.60}{0.60} = 20.66$	1.34513	0.00000	1.00000	14.97041	<b>14.37</b>
2	1904	4	14.81	R. ROSE USA	$\frac{13.00-1.34}{1.34} = 8.92$	0.95036	0.15908	0.85293	12.94532	<b>14.51</b>
3	1908	8	14.21	R. ROSE USA	DATI NON ACCETTABILI PER LA FUNZ. LOGISTICA		0.51816	0.72749	11.14634	<b>14.66</b>
4	1912	12	15.34	P. Mc DONALD USA	$\frac{13.00-1.84}{1.84} = 6.06$	0.78247	0.47724	0.62049	9.66834	<b>14.84</b>
5	1916	16	OLIMPIADE	NON DISPUTATA			0.63632	0.52924	8.39354	<b>15.05</b>
6	1920	20	14.81	V. PORHOLA FIN	DATI NON ACCETTABILI PER LA FUNZ. LOGISTICA		0.79540	0.45140	7.30641	<b>15.28</b>
7	1924	24	14.99	C. HOUSER USA	DATI NON ACCETTABILI PER LA FUNZ. LOGISTICA		0.95448	0.38504	6.37863	<b>15.54</b>
8	1928	28	15.87	J. KUCK USA	$\frac{13.00-2.37}{2.37} = 4.48$	0.65128	1.14356	0.32839	5.58764	<b>15.82</b>
9	1932	32	16.00	L. SEXTON USA	$\frac{13.00-2.50}{2.50} = 4.20$	0.62325	1.27264	0.28009	4.91289	<b>16.15</b>
10	1936	36	16.20	H. WOELLKE GER	$\frac{13.00-2.70}{2.70} = 3.81$	0.58492	1.43472	0.23890	4.33746	<b>16.50</b>
11	1940	40	OLIMPIADE	NON DISPUTATA			1.59080	0.20376	3.84655	<b>16.88</b>
12	1944	44	OLIMPIADE	NON DISPUTATA			1.74988	0.17380	3.42800	<b>17.29</b>
13	1948	48	17.12	W.M. THOMPSON USA	$\frac{13.00-3.62}{3.62} = 2.59$	0.44330	1.90896	0.14823	3.07079	<b>17.73</b>
14	1952	52	17.41	P. O'BRIEN USA	$\frac{13.00-3.94}{3.94} = 2.32$	0.36549	2.06804	0.12643	2.76624	<b>18.20</b>
15	1956	56	18.57	P. O'BRIEN USA	$\frac{13.00-5.07}{5.07} = 1.56$	0.49342	2.22712	0.10784	2.50654	<b>18.69</b>
16	1960	60	19.68	B. NIEDER USA	$\frac{13.00-6.18}{6.18} = 1.10$	0.04139	2.38620	0.09498	2.28477	<b>19.19</b>
17	1964	64	20.33	D. LONG USA	$\frac{13.00-6.83}{6.83} = 0.90$	$\frac{1.95424}{(0.04574)}$	2.54528	0.07845	2.09595	<b>19.70</b>
18	1968	68	20.54	R. MATSON USA	$\frac{13.00-7.04}{7.04} = 0.85$	$\frac{1.92812}{(0.07388)}$	2.70436	0.06691	1.93474	<b>20.22</b>
19	1972	72	21.18	W. KOMAR POL	$\frac{13.00-7.68}{7.68} = 0.69$	$\frac{1.92885}{(0.14115)}$	2.84544	0.05707	1.79727	<b>20.73</b>
20	1976	76	21.05	U. BEYER RDT	DATI NON ACCETTABILI PER LA FUNZ. LOGISTICA		3.02252	0.04868	1.68006	<b>21.24</b>
21	1980	80	21.35	V. KISELYOV URS	$\frac{13.00-7.85}{7.85} = 0.66$	$\frac{1.84954}{(0.18048)}$	3.18160	0.04452	1.58004	<b>21.73</b>
22	1984	84	21.26	A. ANDREI ITA	DATI NON ACCETTABILI PER LA FUNZ. LOGISTICA		3.34068	0.03541	1.49468	<b>22.20</b>
23	2000	100					3.97700	0.04874	1.26480	<b>23.80</b>
24	2010	110					4.37470	0.04259	1.17588	<b>24.55</b>
25	2020	120					4.77240	0.00846	1.14819	<b>25.12</b>
26	2030	130					5.17040	0.00568	1.07935	<b>25.54</b>
27	2040	140					5.56780	0.00382	1.05336	<b>25.84</b>
28	2050	150					5.96550	0.00256	1.03376	<b>26.05</b>
29	2060	160					6.36320	0.00172	1.02403	<b>26.19</b>
30	2070	170					6.76090	0.00116	1.01620	<b>26.29</b>
31	2080	180					7.15860	0.00079	1.01403	<b>26.36</b>
32	2090	190					7.55630	0.00052	1.00726	<b>26.41</b>
33	2100	200					7.95400	0.00035	1.00489	<b>26.44</b>

O. DONZELLI



G. BONZELLI

Tav. n. 12 - Tabella e diagramma per il calcolo delle costanti "h" e "C" della funzione logistica trasformata (livello olimpico).



Tav. n. 13 - Diagramma della funzione logistica trasformata (livello olimpico).

misura anch'essa inferiore, seppure di poco, a quella teorica di tendenza (metri 18.57 effettivi contro i metri 18.69 corrispettivi della curva logistica).

E' veramente emblematico il fatto che l'atleta in questione, uno dei più grandi della storia della specialità a livello mondiale, abbia vinto due titoli olimpici con misure relative a prestazioni atletiche non troppo rimarchevoli per l'importanza del tipo di competizione.

Comunque, tale constatazione potrebbe avere una sua valida spiegazione: precisamente (premesso che tutte le misure dei vincitori di olimpiade, senza alcuna eccezione, sono inferiori ai corrispettivi records mondiali vigenti nell'anno considerato), il fatto che la specifica relazione diretta fra i due tipi di misure di prestazioni atletiche in questione sia da attribuire, per buona parte, all'eccezionale (e particolare) stress psico-fisico dell'atleta causato dall'importanza della gara olimpica, la quale rappresenta, in quel preciso momento, il compendio degli obiettivi, difficilmente ripetibili, della massima aspirazione sportiva dell'atleta stesso.

Le influenze negative di questo particolare stato d'animo sono evidenti, peraltro, anche nel grafico della curva logistica della Tav. n. 13, dove è possibile rilevare il sensibile "schacciamento" della curva, proprio del procedere del fenomeno a basso tasso di incremento, rispetto a quelli relativi agli altri tre livelli sportivi (di quello mondiale parleremo subito appresso).

Quanto appena detto a significare che la dinamica della progressione tecnica a livello olimpico riflette la caratteristica più evidente dell'atleta impegnato nello sforzo per la conquista dell'alloro olimpico, sicuramente preminente, in quel momento, sull'eventuale coincidente obiettivo del record mondiale: precisamente, la necessità inderogabile di conseguire, in una data rigidamente stabilita - quale è il giorno della gara olimpica - i livelli della massima forma atletica.

In effetti, le relative implicazioni sui vari e delicati equilibri psico-fisici, che danno connotazione alla contingente forma atletica del momento, incidono piuttosto

pesantemente sulla bontà della misura tecnica. Ciò è confermato, appunto, dalla ultraottantennale citata regola, alla quale non hanno potuto sottrarsi neanche i più grandi atleti della storia della specialità. Come si può notare nel diagramma della Tav. n. 13, la *spezzata* della progressione tecnica non tiene conto, per il vincolo imposto dal rispetto della caratteristica di incremento della curva logistica, dei dati tecnici relativi alle olimpiadi del 1908, 1920, 1924, 1976 e 1984. A questi dati, inoltre, vanno aggiunti quelli mancanti delle olimpiadi del 1916, 1940 e 1944, non disputate per cause belliche.

La funzione logistica a livello olimpico conferma ulteriormente quanto finora detto a proposito delle difficoltà connesse all'incremento dei valori effettivi della progressione tecnica. Infatti, il passaggio da *tasso crescente a tasso decrescente* dell'incremento del fenomeno osservato risulta già in corrispondenza dell'anno 1966 (valore del flesso della funzione logistica individuata), il che equivale a dire che da poco più di 20 anni è in atto il periodo di decrescita progressiva del tasso di incremento in questione.

Per quanto riguarda una previsione a breve termine, ad esempio per l'anno 2000, si può ragionevolmente ipotizzare, dietro suggerimento della *logistica*, una misura di metri 23.80 circa che, rapportata ad una corrispettiva di metri 24.45 circa della curva teorica a livello mondiale (come fra poco vedremo), sembra, alla luce dei fatti pregressi, abbastanza plausibile.

### 7. La funzione logistica nell'analisi sperimentale a livello mondiale

Con la progressione tecnica a livello mondiale si conclude la serie delle analisi della specialità del getto del peso ai quattro livelli sportivi primari. Dalla relativa funzione logistica trasformata:

$$L = \frac{(27.25 - 15.00) - [M(t) - 15.00]}{M(t) - 15.00}$$

(col. 6 della Tav. n. 14)

si giunge, come già si è visto a proposito dei precedenti livelli sportivi, alla *logistica* cercata, definita da:

$$M(t) = 15.00 + \frac{12.25}{1 + 16.52266 e^{-0.04416t}}$$

(Tav. n. 15 e Tav. n. 16).

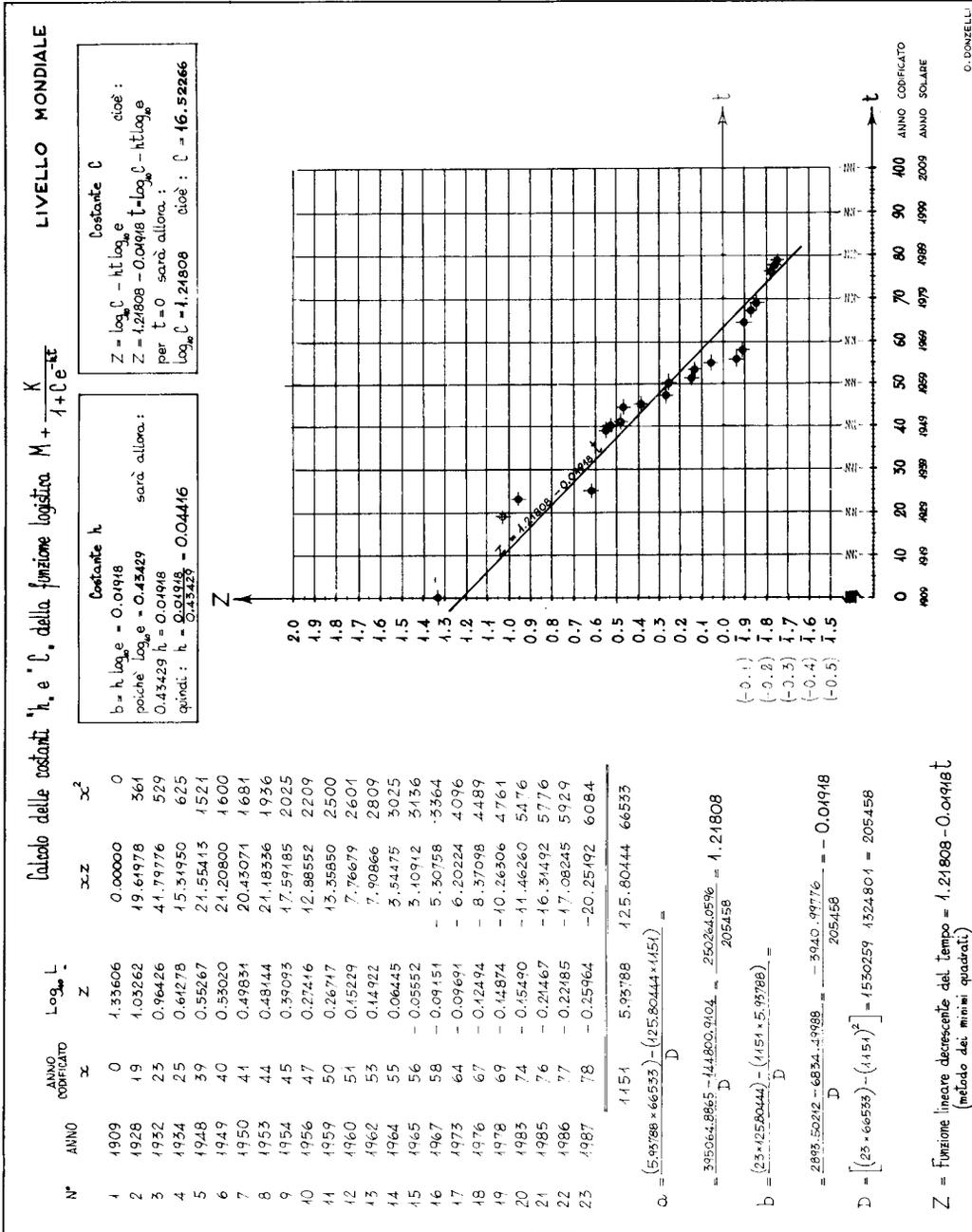
Il diagramma della Tav. n. 16, ottenuto mediante i dati sperimentali forniti dalla Tav. n. 14 e dalla Tav. n. 15, evidenzia alcuni interessanti sviluppi della progressione tecnica teorica in funzione delle misure effettive, della cronologia mondiale, che hanno definito la relativa curva *logistica* della  $M(t)$  poc'anzi citata. L'andamento di questa ci permette di valutare appieno, anche visivamente, il significato di due situazioni eccezionali, probabilmente irripetibili: la prima, che ha avuto molta notorietà negli ambienti sportivi, si è verificata nel 1934, protagonista l'americano Jack Torrance, mentre la seconda, che inspiegabilmente ha avuto minore risalto, si è sviluppata nell'arco di tempo compreso tra il 1965 ed il 1967, per merito di Randy Matson, pure americano. Un primo rapido esame del diagramma, in proposito, rivela la eccezionalità delle prestazioni atletiche dei due atleti, i quali, con le proprie misure raggiunte, hanno dato vita a due fra le più belle imprese sportive di tutta la storia della specialità. Esaminiamone le caratteristiche salienti. Nel primo caso, il carattere di eccezionalità risiede nel fatto che Torrance, con tre records mondiali battuti in un anno (Des Moines, 27-4-1934, metri 16.80; Milwaukee, 30-6-1934, metri 16.89; Oslo, 5-8-1934, metri 17.40), riesce a migliorare il precedente record mondiale (John Lyman, U.S.A., metri 16.48, Palo Alto, 21-4-1934) di ben 92 centimetri entro l'arco di tempo di soli 100 giorni. Una chiara conferma del grande valore di tale risultato è fornita dal fatto che è stata necessaria una attesa di ben 14 anni per ottenere il nuovo record mondiale (Charles Fonville, U.S.A., metri 17.68, Lawrence, 17-4-1948). La eccezionalità del fatto sportivo è riscontrabile, peraltro, anche dal punto di vista dell'andamento teorico della pro-

gressione tecnica della specialità. Infatti, lo scarto di "ritardo" della cronologia sulla curva teorica, pari a metri 0.55 nel 1932, viene non solo annullato, ma addirittura trasformato in uno scarto di "anticipo", pari a metri 0.51 (Tav. n. 14 e Tav. n. 16). Si noti ancora, in proposito, che il nuovo record di Fonville farà ripiombare i valori effettivi della progressione tecnica della specialità al di sotto dei valori teorici tendenziali. Nella fattispecie, la misura del nuovo record mondiale di Fonville si pone a metri 0.42 di "ritardo" dal corrispondente valore teorico, il che dà una misura esatta anche della interpretazione dinamica, in funzione del tempo, del prestigioso exploit atletico del Torrance.

Abbiamo accennato precedentemente ad un secondo eccezionale evento sportivo che si situa in cronologia tra il 1965 ed il 1967. Vediamone le caratteristiche. Con due records mondiali in due anni (College Stn., 8-5-1965, metri 21.52; College Stn., 22-4-1967, metri 21.78), l'americano Randy Matson incrementa addirittura di metri 1.10 il precedente record del connazionale Dallas Long (Los Angeles, 25-7-1964, metri 20.68). Tale incremento, come è possibile constatare scorrendo la cronologia mondiale della specialità, rappresenta, già di per sé, un fatto veramente eccezionale (Torrance stesso, come già detto, non va oltre i 92 cm.). Una riprova del grande valore atletico dei citati due records mondiali di Randy Matson ci viene dal confronto con i corrispettivi dati teorici della *logistica* che, è bene ricordarlo ancora, rappresenta pur sempre i valori tendenziali suggeriti sperimentalmente da tutti gli effettivi records mondiali della cronologia. Si può allora constatare che i due records in questione vantano uno scarto positivo entrambi pari (certamente per casuale coincidenza) a metri 1.40, valore che, senza alcun dubbio, esprime compiutamente, da solo, il suo reale significato dal punto di vista sportivo. Per una ulteriore conferma indiretta, a livello italiano, si osservi di nuovo la Tav. n. 7, nella quale è chiaramente evidenziata, in rapporto percentuale, la dinamica dell'enorme divario tecnico creatosi, in conseguenza di quanto appena detto, fra

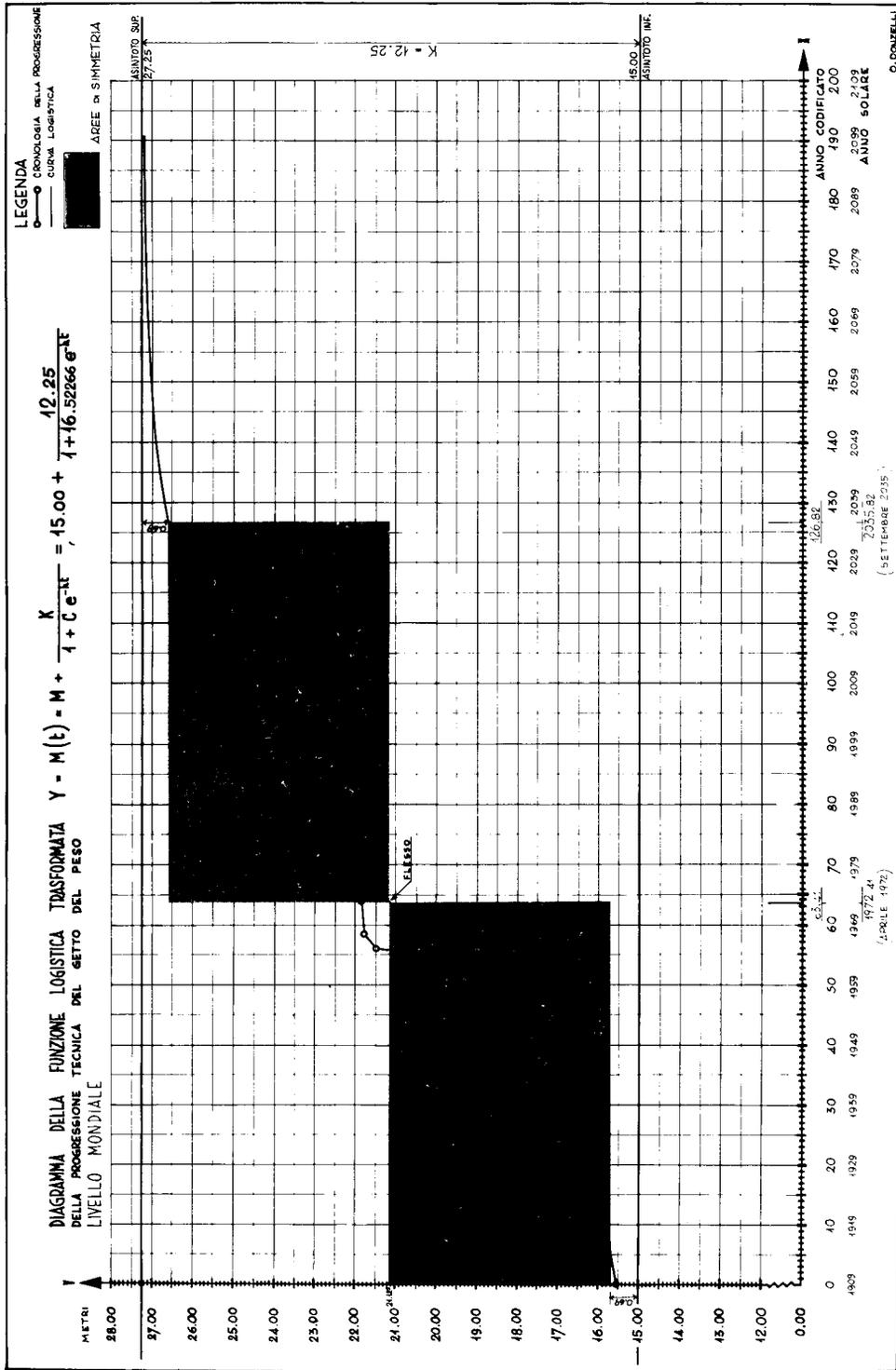
PROGRESSIONE TECNICA DELLA GARA DEL GETTO DEL PESO A LIVELLO MONDIALE										
VALORI SPERIMENTALI DI INTERPOLAZIONE ED ESTRAPOLAZIONE DELLA FUNZIONE LOGISTICA $M(t) = M + \frac{K}{1 + A e^{-Bt}}$ $K = 15.00 + \frac{12.25}{1 + 16.52766 e^{-0.04446 t}}$										
N°	Anno $x$	$t = x - 1909$	Misura della prestazione atletica in mt.	Atleta e nazionalità	$L = \frac{12.25 - 15.00}{M(t) - 15.00}$	$Z = \text{Log}_e L$	$kt = 0.04446 t$	$e^{-0.04446 t}$	$1 + C e^{-0.04446 t}$ $C = \frac{15.00 - M(t)}{1 + 16.52766 e^{-0.04446 t}}$	$M = 15.00 + \frac{12.25}{1 + 16.52766 e^{-0.04446 t}}$
1	1909	0	15.54	RALPH ROSE USA	$\frac{12.25 - 0.54}{0.54} = 21.68$	1.33606	0.00000	1.00000	17.52266	15.70
2	1928	19	16.04	EMIL HIRSCHFELD GER	$\frac{12.25 - 1.04}{1.04} = 10.78$	1.05262	0.83904	0.43212	8.13977	16.50
3	1932	23	16.20	FRANTISEK DOUDA CEC	$\frac{12.25 - 1.20}{1.20} = 9.21$	0.96426	1.01568	0.36216	6.98385	16.75
4	1934	25	17.40	JACK TORRANCE USA	$\frac{12.25 - 2.40}{2.40} = 4.10$	0.61278	1.10400	0.33154	6.47792	16.89
5	1948	39	17.68	CHARLES FONVILLE USA	$\frac{12.25 - 2.68}{2.68} = 3.57$	0.55267	1.72224	0.17866	3.95194	18.10
6	1949	40	17.79	JIM FUCHS USA	$\frac{12.25 - 2.79}{2.79} = 3.39$	0.53020	1.76640	0.17095	3.82455	18.20
7	1950	41	17.95	JIM FUCHS USA	$\frac{12.25 - 2.95}{2.95} = 3.15$	0.49831	1.81056	0.16556	3.70245	18.31
8	1953	44	18.04	PARRY O'BRIEN USA	$\frac{12.25 - 3.04}{3.04} = 3.03$	0.48144	1.94304	0.14327	3.36720	18.64
9	1954	45	18.54	PARRY O'BRIEN USA	$\frac{12.25 - 3.54}{3.54} = 2.46$	0.39093	1.98720	0.13708	3.26493	18.75
10	1956	47	19.25	PARRY O'BRIEN USA	$\frac{12.25 - 4.25}{4.25} = 1.88$	0.27416	2.07552	0.12549	3.07343	18.98
11	1959	50	19.30	PARRY O'BRIEN USA	$\frac{12.25 - 4.30}{4.30} = 1.85$	0.26717	2.20800	0.10992	2.81617	19.35
12	1960	51	20.06	BILL NIEDER USA	$\frac{12.25 - 5.06}{5.06} = 1.42$	0.15229	2.25216	0.10517	2.73769	19.47
13	1962	53	20.08	DALLAS LONG USA	$\frac{12.25 - 5.08}{5.08} = 1.41$	0.14922	2.34048	0.09628	2.59080	19.73
14	1964	55	20.68	DALLAS LONG USA	$\frac{12.25 - 5.68}{5.68} = 1.16$	0.06445	2.42880	0.08814	2.45631	19.99
15	1965	56	21.52	RANDY MATSON USA	$\frac{12.25 - 6.51}{6.51} = 0.88$	$\uparrow 9.4448$ $(-0.06552)$	2.47296	0.08433	2.39335	20.12
16	1967	58	21.78	RANDY MATSON USA	$\frac{12.25 - 6.78}{6.78} = 0.81$	$\uparrow 9.0849$ $(-0.09151)$	2.56128	0.07720	2.27555	20.38
17	1973	64	21.82	AL FEUERBACH USA	$\frac{12.25 - 6.82}{6.82} = 0.80$	$\uparrow 9.0309$ $(-0.09691)$	2.82624	0.05923	1.97864	21.19
18	1976	67	22.00	ALEKSANDR BARISHNIKOV URS	$\frac{12.25 - 7.00}{7.00} = 0.75$	$\uparrow 8.7506$ $(-0.12494)$	2.95872	0.05188	1.85719	21.59
19	1978	69	22.15	UDO BEYER RDT	$\frac{12.25 - 7.15}{7.15} = 0.71$	$\uparrow 8.5126$ $(-0.14874)$	3.04704	0.04750	1.78483	21.86
20	1983	74	22.22	UDO BEYER RDT	$\frac{12.25 - 7.22}{7.22} = 0.70$	$\uparrow 8.4510$ $(-0.15490)$	3.26784	0.03809	1.62935	22.52
21	1985	76	22.62	ULF TIMMERMANN RDT	$\frac{12.25 - 7.62}{7.62} = 0.61$	$\uparrow 7.8533$ $(-0.21467)$	3.35646	0.0348	1.57614	22.77
22	1986	77	22.64	UDO BEYER RDT	$\frac{12.25 - 7.64}{7.64} = 0.60$	$\uparrow 7.7815$ $(-0.22185)$	3.40032	0.03336	1.55119	22.90
23	1987	78	22.91	ALESSANDRO ANDREI ITA	$\frac{12.25 - 7.91}{7.91} = 0.55$	$\uparrow 7.4036$ $(-0.25964)$	3.44448	0.03192	1.52740	23.02
24	2000	91					4.01856	0.01798	1.29708	24.44
25	2010	101					4.46046	0.01156	1.19100	25.28
26	2020	111					4.90176	0.00743	1.12276	25.91
27	2030	121					5.34336	0.00478	1.07898	26.35
28	2040	131					5.78496	0.00307	1.05072	26.67
29	2050	141					6.22656	0.00198	1.03275	26.86
30	2060	151					6.66816	0.00127	1.02098	27.00
31	2070	161					7.10976	0.00082	1.01355	27.09
32	2080	171					7.55136	0.00052	1.00859	27.14
33	2090	181					7.99296	0.00034	1.00562	27.18
34	2100	191					8.43456	0.00022	1.00363	27.20

O. DONZELLI



G. DONZELLI

Tav. n. 15 - Tabella e diagramma per il calcolo delle costanti "h" e "C" della funzione logistica trasformata (livello mondiale).



194 Tav. n. 16 - Diagramma della funzione logistica trasformata (livello mondiale).

i records di Randy Matson ed i corrispettivi records italiani interessati. Si noti, a tale proposito, il valore percentuale dell'ultimo dei 13 records italiani stabiliti da Silvano Meconi (Schio, 10-8-1960, metri 18.82) riferito prima al record mondiale di Dallas Long (metri 20.68), e poi a quelli di Randy Matson (metri 21.52 e metri 21.78), dei quali poc'anzi è stato dato il dettaglio: il duplice incremento del record mondiale dovuto a Randy Matson, iniziato a metri 0.84 nel 1965 e portato ad un totale di metri 1.10 nel 1967, fa registrare al citato record di Meconi, una conseguente variazione in diminuzione del valore percentuale, per cui dall'iniziale 93.82% (riferito al record di Dallas Long) si passa al definitivo 86.41% rispetto al secondo record mondiale di Randy Matson. Tale decremento, pari al 7.41%, ci sembra esprima molto chiaramente i termini del nuovo rapporto tecnico instauratosi fra i due tipi di prestazioni atletiche.

Un semplice e rapido calcolo ci permette, inoltre, di notare che l'incremento apportato da Randy Matson al record mondiale è pari al 5.32%. Ciò rappresenta una impresa sportiva mai raggiunta, in due anni, da nessun altro atleta della cronologia mondiale (del caso Parry O'Brien diremo in seguito, stante il fatto che le caratteristiche di questo tipo di osservazione, relative alla sua carriera, poggiano su premesse di tutt'altro genere di eccezionalità).

A prima vista, la grande prestazione atletica di Randy Matson potrebbe perfino apparire non eccezionale, ma se si considera il fatto che un tale analogo incremento percentuale dovrebbe portare l'attuale record mondiale di Alessandro Andrei da metri 22.91 a metri 24.13 entro il 1989, non si può non riconoscere, obiettivamente, la eccezionalità dell'impresa sportiva di Randy Matson esattamente nei termini da noi proposti.

Come si può di nuovo constatare, lo spostamento dell'analisi statistica da valori assoluti a valori percentuali (in funzione di un qualsiasi prefissato valore di riferimento sportivo fatto uguale a 100), può offrire, in determinate circostanze,

elementi molto validi per una immediata specifica valutazione tecnica. A questo tipo di osservazione, peraltro, hanno fatto ricorso anche i proff. E. Jokl e P. Jokl delle Scuole di Medicina delle Università del Kentucky e Yale, in uno studio sul rapporto tra i records, nella corsa e nel nuoto. Per una cognizione diretta dell'argomento trattato dai citati ricercatori americani, si può fare riferimento al volume, citato in bibliografia, di A. Calligaris e V.V. Kuznekov, il quale, tra l'altro, è corredato di grafici esplicativi molto interessanti relativi al confronto tra i records maschili e femminili, in percentuale delle velocità massime, nella corsa e nel nuoto a livello mondiale, oltreché alla caduta della velocità in funzione della distanza.

Uno dei più straordinari talenti naturali che abbia mai espresso la specialità del getto del peso in tutta la sua lunga storia è certamente l'americano Parry O'Brien, il quale ha dominato le scene internazionali dal 1953 al 1959, anno in cui viene detronizzato da quell'altro grande atleta, suo connazionale, che risponde al nome di Dallas Long; quest'ultimo atleta, in effetti, riesce a stabilire ben 7 records mondiali, con una differenziale di ingresso e di uscita dalla cronologia pari a metri 1.43, ma conseguito, peraltro, nell'arco di 5 anni (dal 1959 al 1964), e che lo hanno visto alternarsi ripetutamente, come recordman, a Parry O'Brien e Bill Nieder. Comunque, due vittorie olimpiche (Helsinki nel 1952 con metri 17.41 e Melbourne nel 1956 con metri 18.57) e ben 10 records mondiali in 6 anni (il primo con metri 18.00 a Fresno il 9-5-1953 e l'ultimo con metri 19.30 ad Albuquerque l'1-8-1959) fanno di Parry O'Brien l'atleta probabilmente più rappresentativo della specialità di tutti i tempi. C'è da osservare, infine, che se l'incremento al record apportato da detto atleta è inferiore, seppure lievemente, nei confronti di quello di Dallas Long (metri 1.35 contro metri 1,43, rispettivamente) il carnet dei titoli di Parry O'Brien – le due vittorie olimpiche ne costituiscono gran parte del prestigio – non sembra possa essere messo in discussione, finora, con quello di nessun altro atleta della specialità.

Riprendendo il discorso sulla curva logistica, il punto di flesso situato in corrispondenza del valore di ascissa pari a 63.41 (aprile 1972) evidenzia un valore teorico pari a metri 21.12, il quale può essere ragionevolmente confrontato con il record di Al Feuerbach del 5-5-1973 (metri 21.82). Come è chiaramente visibile nel diagramma della Tav. n. 16, pur migliorando di 4 cm. il precedente primato mondiale, il citato record può conservare solo 63 dei 110 cm. di "anticipo" raggiunti da Randy Matson rispetto al corrispondente valore teorico. Una rapida osservazione del grafico ci suggerisce, viste tutte le successive modeste "pendenze" dei vari tratti della *spezzata* della cronologia,

che la specialità sta attraversando, presentemente, un periodo di evoluzione non eccessivamente brillante. Non riteniamo affatto gratuita questa affermazione, anche se la misura dell'attuale record mondiale è di tutto rispetto (metri 22.91) e potrebbe far pensare il contrario; infatti, l'osservazione dei dati, a prescindere anche dai riferimenti della logistica, è al riguardo molto esplicita. Vediamone i punti essenziali: dal 1953 al 1986, la cronologia manifesta uno squilibrio notevole fra gli incrementi al record nell'arco di tempo 1953/1967 e quelli relativi al periodo 1968/1987 (Settembre). La seguente tabella, predisposta al riguardo, fornisce gli elementi di comparazione.

	Periodo 1953/1967	Periodo 1968/1987 (Settembre)
1) Durata in anni solari del periodo	15	20
2) Incremento assoluto del record mondiale metri	21.78 - 18.00 = 3.78	22.91 - 21.78 = 1.13
3) Incremento medio assoluto del record mondiale metri all'anno	$\frac{3.78}{15} = 0.25$	$\frac{1.13}{20} = 0.056$
4) Incremento percentuale del record mondiale %	$\frac{3.78 \times 100}{18.00} = 21\%$	$\frac{1.13 \times 100}{22.91} = 4.93\%$
5) Incremento medio percentuale % all'anno	$\frac{21\%}{14} = 1.4\%$	$\frac{4.93\%}{20} = 0.25\%$

Nota - La presente tabella non fa riferimento alla cronologia della Tav. n. 14 relativa alla progressione tecnica con il vincolo del migliore fra i records conseguiti nell'anno considerato, bensì alla cronologia ufficiale riportata dall'Annuario F.I.D.A.L. citato in bibliografia, con successivi aggiornamenti a Settembre 1987.

Si può agevolmente notare, in effetti, che la progressione tecnica sta attraversando un periodo di stanca che data, appunto, dall'epoca della bella impresa sportiva di Randy Matson del 1967, e di cui non si possono facilmente prevedere gli specifici sviluppi. Resta confortante, tuttavia, il fatto che la *spezzata* della cronologia si mantenga praticamente sui valori teorici tendenziali, a dimostrazione che la funzione

logistica, definita dall'analisi sperimentale in questione, rispecchia abbastanza fedelmente la dinamica del fenomeno osservato.

Ritornando a proposito di quanto dicevamo circa il punto di flesso della funzione, si può aggiungere che il tasso di incremento tendenziale del fenomeno, ormai passato da crescente a decrescente fin dal 1972, sembra aver superato, proprio in

questi ultimi tempi, un periodo di circa 20 anni, nel quale le sue variazioni sono state praticamente impercettibili (la curva logistica in detto periodo, infatti, assume visivamente la caratteristica specifica della funzione lineare, proprio perché il tasso in questione sembra costante, anche se in effetti non lo è).

Per una previsione a breve termine anche per la progressione tecnica a livello mondiale, vediamo che per l'anno 2000 la funzione logistica ipotizza un record teorico pari a metri 24.44. Certamente, la differenza di metri 1.53 che separa l'attuale record mondiale da detto valore appare, alla luce dell'attuale situazione, poco meno che proibitiva; d'altra parte, però, occorre dire che i residui 13 anni che restano per arrivare a tale data potrebbero dimostrarsi anche sufficienti (o quasi), specie se si tiene presente che, per l'altissimo livello agonistico considerato, un periodo del genere può bene esprimere le possibilità, per almeno altre 2/3 generazioni sportive a venire, di recuperare, quantomeno in buona parte, l'handicap con i relativi propri successivi contributi.

## 8. Considerazioni tecniche di carattere generale

L'analisi sperimentale dei quattro livelli sportivi primari testé trattati impone ora qualche osservazione di carattere generale, anche perché le caratteristiche di ognuno, esaminate sotto questo specifico punto di vista, possono senz'altro fornire ulteriori utili elementi per l'approfondimento del fenomeno nel suo insieme. A tale scopo è stato approntato un diagramma (Tav. n. 16/bis), che rappresenta il compendio tecnico, in uno, dei quattro fenomeni trattati separatamente. Nel diagramma in questione, infatti, sono state riportate le curve relative alle quattro *logistiche*, allo scopo di trarre conclusioni dal riscontro di eventuali nuovi aspetti tecnici, oltreché di riesaminare, in più ampio respiro, quelli, appunto, già trattati in precedenza.

Per l'operazione di sovrapposizione grafica nel piano cartesiano di assi coordinati, abbiamo semplicemente fatto ricorso alla

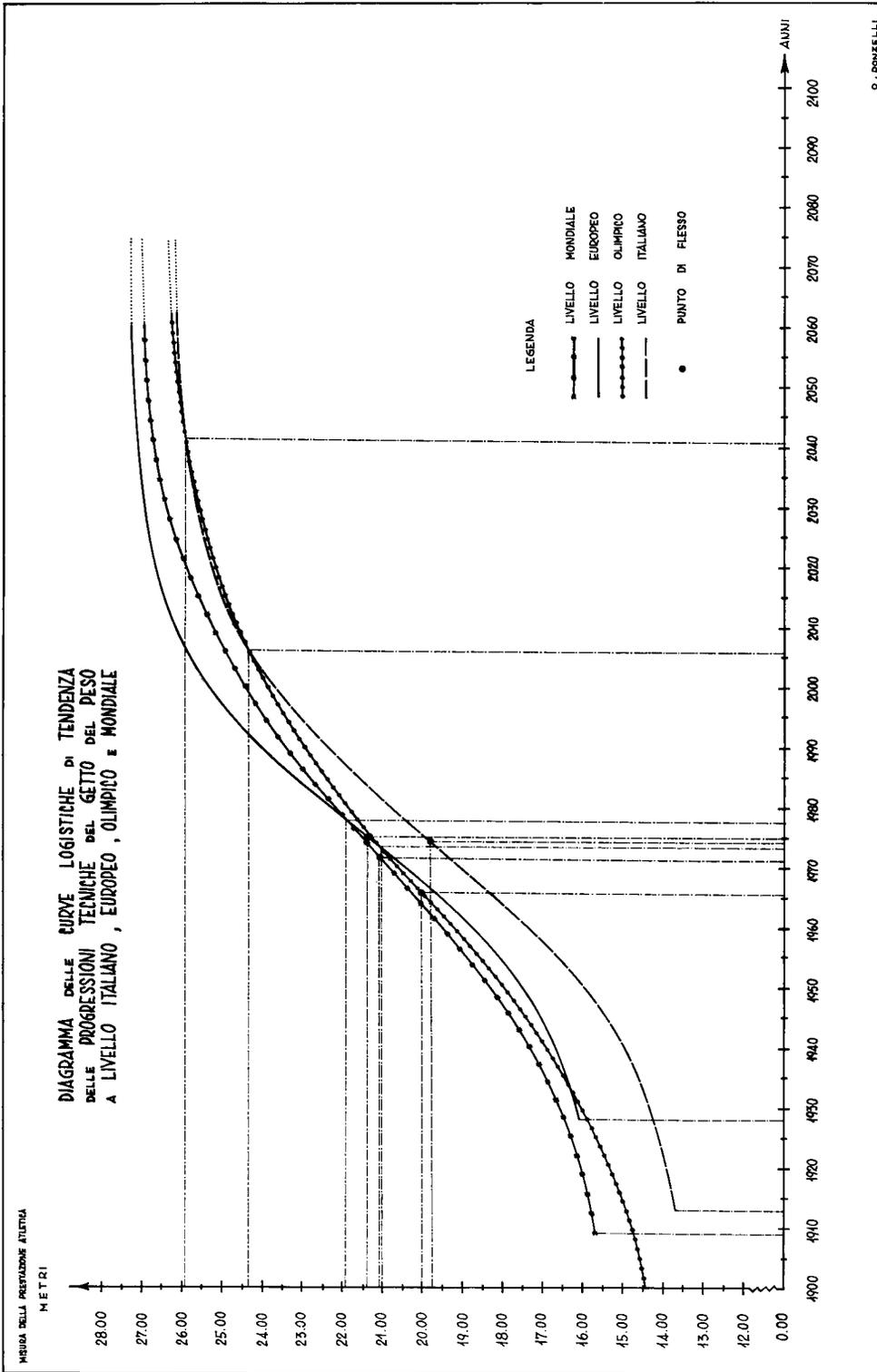
sistemazione delle curve in funzione della coincidenza dei medesimi valori di ascissa relativi alla comune variabile temporale. Diverse sono le informazioni di carattere generale che il diagramma è in grado di dare. Vediamone le principali, senza particolare ordine di importanza:

1) i punti di flesso delle *logistiche* indicano che l'inversione del tipo di tasso d'incremento, da crescente a decrescente, si verifica all'incirca, per il fenomeno considerato nel suo insieme, in un periodo compreso tra il 1966, relativo al livello olimpico, ed il 1975, relativo al livello europeo, gli altri due punti di flesso essendo compresi tra i due anni appena citati; in altre parole, ciò significa che la specialità del getto del peso, nel suo complesso, ha intrapreso, più o meno dal 1970/1971, la strada degli incrementi in diminuzione;

2) la pratica stabilizzazione (dei records), riferibile ragionevolmente ai limiti terminali delle seconde aree di simmetria interessate, dovrebbe verificarsi più o meno, ognuna al proprio livello, entro il periodo 2025-2035, successivamente al quale si dovrebbero registrare incrementi estremamente ridotti dei records raggiunti;

3) l'intersezione delle curve logistiche a livello europeo e mondiale evidenzia una equivalenza teorica tendenziale, delle relative progressioni tecniche, all'incirca verso il 1977, con una misura intorno ai metri 21.90/21.95; si può notare che, pressappoco in tale data, il record europeo, che è anche quello mondiale, passa dai metri 22.00 di Alexander Barishnikov (1976) ai metri 22.15 di Udo Beyer (1978). Pertanto, le curve in questione si scambiano, nel predetto punto di intersezione, il ruolo-guida della specialità a livello teorico, quasi nei termini esatti della effettiva realtà, a dimostrazione della bontà di adattamento della funzione logistica al fenomeno sportivo osservato;

4) il *gap* inverso, esistente tra i due tratti ante e post-intersezione di cui al precedente punto 3), è da attribuirsi parte allo sfasamento di inizio delle relative cronologie, e parte alla coincidenza del medesimo valore di riferimento dell'asintoto superiore, di cui abbiamo già parlato a proposito del-



Tav. n. 16/bis - Diagramma delle curve logistiche delle progressioni tecniche della specialità del getto del peso a livello italiano, europeo, olimpico e mondiale.

l'attuale difficile discriminazione tecnica tra i due livelli sportivi;

5) le curve delle progressioni tecniche a livello olimpico e mondiale procedono di conserva con un certo parallelismo di fondo, sebbene la *logistica* a livello olimpico manifesti, sempre su misure inferiori, una maggiore "dolcezza" del grado di curvatura della funzione, attribuibile alla maggiore pressione, come si è già visto, dei fattori relativi allo stress psico-fisico caratteristico di questo particolare tipo di competizione;

6) un analogo parallelismo di fondo, sull'andamento delle relative curve, è riscontrabile tra le progressioni tecniche a livello italiano ed europeo. Come è facilmente intuibile, la *logistica* a livello italiano procede con un notevole *gap* tecnico nei confronti dell'altra, non essendo stato sufficiente, finora, né il contributo del prestigioso record mondiale di Alessandro Andrei (metri 22.91), né quello della pur splendida carriera di Silvano Meconi, a modificare in modo significativo i rapporti instauratisi nel corso di diversi decenni. I predetti contributi, peraltro, riescono ad influenzare i rapporti tra la progressione tecnica italiana e quella olimpica proprio perché le caratteristiche dei due diversi tipi di incremento lo permettono. In questo senso, i notevoli contributi tecnici offerti dai recordmen italiani, segnatamente quelli dei citati Andrei e Meconi, permettono, sebbene *diluiti* lungo un arco di tempo di 71 anni circa, di ridurre il *gap* tecnico iniziale fra le due *logistiche*, di oltre metri 1.20 nel 1913, a circa 75 centimetri nel 1984. Questo per i valori teorici. Si tenga presente, infatti, che per quanto riguarda le relative cronologie effettive quella italiana può vantare, al 1984, uno scarto addirittura favorevole di 24 centimetri, pur avendo registrato un handicap iniziale, sempre effettivo, pari a metri 1.83 nel 1913. Inoltre, se le due curve logistiche confermeranno anche per il futuro le caratteristiche espresse finora dalle relative analisi sperimentali (si ribadisce ancora che queste identificano l'andamento tendenziale, dei due fenomeni considerati, ricavato in dipendenza – logistica – delle misure tecniche effettivamente verificatesi), si

dovrebbe giungere, più o meno nel 2005/2006, ad una quasi equivalenza di tendenza fra le due progressioni, la cui durata dovrebbe protrarsi per i successivi 30/35 anni. Questo, in teoria, il significato dell'andamento delle due *logistiche*. Una giustificazione tecnica a ciò (qualora, ripetiamo, le premesse fatte non abbiano a subire sostanziali modificazioni) potrebbe attribuirsi, oltre alla diversa incidenza dei relativi tassi che regolano la crescita del fenomeno sportivo in sé, anche al già descritto, auspicabile (ed abbastanza probabile) "effetto Andrei" sulla massa sportiva praticante la specialità nel prossimo futuro;

7) l'andamento tendenziale a livello europeo esprime, a partire dal 1977, una costante preminenza su quella mondiale, talché si potrebbe pensare ad una contraddizione. Questa è invece soltanto apparente, in quanto dal punto di intersezione delle curve (1977, appunto) le misure teoriche della *logistica* a livello europeo sostituiscono quelle del livello mondiale al massimo livello tecnico della specialità, come in effetti è attualmente, già da 10 anni circa.

C'è da dire, però, che tale supremazia non è, nella fattispecie, affatto ipotecabile illimitatamente come sembra, poiché una eventuale futura modificazione dei rapporti tecnici suggeriti dall'analisi sperimentale dei dati statistici effettivi (aggiornati fino a settembre 1987), potrebbe rendere indispensabile un ricalcolo delle relative *logistiche*, specie se, come è possibile, tale modificazione risultasse sensibile e prolungata nel tempo. Infatti, non si può a priori escludere, in questo specifico caso, un nuovo scambio di ruolo-guida della specialità fra le due *logistiche*.

## 9. Conclusione

Nei vari tipi di ricerca statistica, l'applicazione della funzione logistica ha diverse volte sollevato, nel passato, obiezioni circa il suo ruolo di interpretazione del fenomeno osservato. Alcune critiche, peraltro, risultano valide se riferite ad una eventuale pretesa di voler accomunare, sic et simpliciter, lo studio dei fenomeni il cui ciclo di sviluppo è statisticamente definito in modo

parziale o frammentario a quelli, invece, caratterizzati da un organico insieme di dati statistici relativi ad un intero ciclo.

Quale può essere, d'altra parte, la chiave analitica per individuare il grado di efficienza dell'uso di questo particolare strumento di indagine statistica è difficile dire, poiché la separazione tra la capacità operativa, in sé, della teoria e l'arbitrio del ricercatore non si presenta così netta come sarebbe auspicabile. C'è da osservare, però, che la ferrea ed indiscutibile razionalità della teoria sul piano logico-matematico rappresenta, in ogni caso, un supporto metodologico di notevole pregio circa le sue applicazioni nelle più disparate scienze sperimentali (vedi, ad esempio, la flessibilità di adattamento della funzione logistica a fenomeni che vanno dalle reazioni autocatalitiche in chimica a quelli di isteresi in fisica o di accostamento in botanica, per tacere di tantissimi altri).

Per quanto riguarda i criteri di applicazione della teoria logistica nell'ambito dello sport, ed in particolare in quello della disciplina di atletica leggera presa in esame, abbiamo già detto abbastanza nei paragrafi 1) e 2); quello che resta da puntualizzare si riconduce al problema dell'attendibilità delle previsioni suggerite dal tratto estrapolatorio della funzione logistica che, proprio per le sue caratteristiche intrinseche, rappresenta il punto più critico dell'analisi.

E' stato detto delle difficoltà inerenti il calcolo degli asintoti superiori relativi alle progressioni tecniche dei vari livelli sportivi, ma non è stato fatto accenno al problema, al di fuori del fatto puramente legato all'indagine statistica, della prevedibile reazione emotiva del lettore o, a maggior ragione, dell'addetto ai lavori, a proposito delle corrispondenti misure tecniche di riferimento-limite. Ci rendiamo perfettamente conto della "enormità" di simili stime, ma le diverse verifiche grafiche ed analitiche, condotte preventivamente e che hanno suggerito tanto, non consentono eccessivi margini a logiche emotive di questo genere.

Abbiamo ripreso, responsabilmente, lo specifico argomento perché ci sembra doveroso invitare il lettore interessato ad interpretarne la "filosofia", piuttosto che l'a-

spetto tecnico ed emotivo in sé. Sotto questo particolare, ma importante punto di vista, c'è da dire che, a volte, si riesce a raggiungere un convincimento non altrimenti possibile. Certo è che, nel 1900, una misura come quella dell'attuale record mondiale poteva essere considerata non soltanto improbabile, illogica o quasi irrealizzabile, ma semplicemente impossibile, utopistica ed assurda.

Con ciò non si intende ipotecare, come realtà futura, il suggerimento di una analisi statistica che, si badi bene, esamina la dinamica del fenomeno dal punto di vista tendenziale, ma solamente la *logica* conseguenziale di prestazioni atletiche effettivamente verificatesi, la cui natura, e qui non sembra esservi dubbio, è adeguatamente rappresentabile mediante gli schemi logistici, proprio nella misura in cui sono stati trattati. E' certamente possibile, comunque, che i medesimi schemi, da altri trattati, possano permettere di definire le funzioni logistiche in questione con differenti *costanti sperimentali*, ma con tutta probabilità i valori di interpolazione ed estrapolazione (quantomeno, questi, a breve e medio termine), non dovrebbero discostarsi troppo da quelli relativi alla presente ricerca. Non appare affatto scontata, comunque, una eventuale verifica di valori inferiori relativi alla stima dei vari asintoti superiori, in quanto numerose ovvie motivazioni, legate alla imprevedibilità delle risorse umane in continuo divenire, potrebbero, semmai, far sorgere un ragionevole sospetto proprio del contrario. Le nuove future metodologie potranno, di sicuro, approfondire problematiche del genere fino alla incontestabilità delle conclusioni? E' opinione abbastanza diffusa, in proposito, che i modelli stocastici impiegati attualmente nella ricerca delle caratteristiche di sviluppo dei gruppi viventi abbiano già le premesse per giungere allo scopo, ma non siano, purtroppo, ancora in grado di sperimentare sul pratico, se non parzialmente, il potente grado speculativo di indagine che li contraddistingue.

La problematica stocastica sarà certamente la protagonista del futuro dell'uomo, e quindi anche dello sport. Fin dal 1955, diversi tipi di modelli probabilistici hanno

aperto la strada in questa direzione; ricordiamo, ad esempio, quelli caratterizzati dallo studio delle proprietà fisico-chimiche dei cromosomi di F.H.C. Krick e J.D. Watson, e quello, suggestivo, del naturalista norvegese Nils Aal Barricelli (riferito ad una serie di numeri casuali come simboli di

organismi in dinamiche di evoluzioni, incroci, mutazioni e simbiosi), il cui titolo è veramente sintomatico del futuro che ci attende: "5400 generazioni, esperimenti di evoluzione realizzati su organismi numerici". Come dire: Vita è anche Numero.

### **Indirizzo dell'Autore**

*Dr. Otello Donzelli  
Via Umberto Saba, 26  
00144 Roma*

### **Bibliografia**

1. AMOROSO L.: L'equazione differenziale del movimento della popolazione. Rivista Italiana di Statistica, 1929, n. 2.
2. BARRICELLI N.A.: 5400 generazioni, esperimenti di evoluzione realizzati su organismi numerici. Civiltà delle Macchine, 1955, maggio-giugno.
3. BLALOCK H.M. jr.: Statistica per la ricerca sociale. Il Mulino, Bologna, 1969.
4. BOLDRINI M.: Biometrica, problemi della vita delle specie e degli individui. Padova, 1927.
5. BOLDRINI M.: Biometrica e Antropometria. Milano, 1934.
6. BOLDRINI M.: Demografia. Giuffrè, Milano, 1956.
7. BOLDRINI M.: Statistica, teoria e metodi. Giuffrè, Milano, 1962.
8. BRAMBILLA F.: Trattato di statistica. UTET, Torino, 1968.
9. CALLIGARIS A. - KUZNECOV V.V.: Dall'uomo al campione. Società Stampa Sportiva, Roma, 1986.
10. CALLIGARIS A. - QUARENghi L.: Uomini e record. A.L., Milano, 1968.
11. CASTELLANO V.: La statistica nella ricerca scientifica. Lezioni di metodologia statistica per ricercatori. Istituti di calcolo delle probabilità e di statistica della Facoltà di scienze statistiche, demografiche ed attuariali, Roma, 1963.
12. CERRETELLI O. - DI PRAMPERO P.E.: Sport, ambiente e limite umano. Mondadori, Milano, 1985, Ediz. Scient. e Tecnica.
13. COSTANZO A.: Studi sulla crescita dell'Asparagus Sprengeri. Rivista Italiana di Economia, Demografia e Statistica, 1955.
14. D'ADDARIO R.: Rappresentazione analitica delle funzioni statistiche. Lezioni di metodologia statistica per ricercatori. Istituti di calcolo delle probabilità e di statistica della Facoltà di scienze statistiche, demografiche ed attuariali, Roma, 1963.
15. DELVECCHIO F.: Elementi di statistica per la ricerca sociale. Cacucci, Bari, 1984.
16. FEDERICI N.: Lezioni di Demografia. Elia, Roma, 1960.
17. GINI C.: La logica nella statistica. Boringhieri, Torino, 1962.
18. GRADARA E.: La rappresentazione grafica dei fenomeni statistici. Boringhieri, Torino, 1959.
19. LIVADA G.: Sulle curve logistiche. Atti della V Riunione della S.I.S., Roma, 1942.
20. LIVI L.: Elementi di statistica. Cedam, Padova, 1953.
21. MARTINOTTI P.: Velocità aerodinamiche e legge logistica. Rivista internazionale di Scienze sociali, 1930.
22. MARTINOTTI P.: Alcune proprietà ed applicazioni della funzione logistica. Contributi del Laboratorio di Statistica dell'Università Cattolica, serie II, Milano, 1932.
23. MINER J.R.: Pierre Françoise Verhulst, the discoverer of the Logistic Curve. Human Biology, 1933.
24. MUTTARINI L.: Metodi statistici applicati alle ricerche economiche e sociali. Giuffrè, Milano, 1974.
25. PEARL R. and REED L.J.: On the rate of growth of the population of the United States since 1790 and its mathematical representation. Proceedings of the National Academy of Sciences, vol. 6, 1920.
26. PEARL R. and REED L.J.: On the mathematical theory of population. Metron, vol. III, n. 1, 1923.
27. QUÉTELET L.A.: Sur l'homme et le développement des ses facultés ou essai de physique sociale. Bruxelles, 1835.
28. STEFANI R.: Tendenze e previsioni dei risultati olimpici 1952/1988. Revue Olympique, 25, IX, 1985.
29. VERHULST P.F.: Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement de la population. Correspondance Mathématique et Physique, Bruxelles, 1835.
30. VERHULST P.F.: Deuxième mémoire sur la loi d'accroissement de la population. Nouveaux mémoires de l'Académie Royale de Bruxelles, 1847.
31. VIANELLI S.: Metodologia descrittiva e della ricerca empirica. Calderini, Bologna, 1978.
32. VINCI F.: La logica della curva logistica. Rivista Italiana di Statistica, 1929, Ott.
33. Annuario di Atletica 1985/1986 a cura dell'Ufficio Stampa FIDAL.